

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA  
CELSO SUCKOW DA FONSECA - CEFET/RJ**

# **Dinâmica Lateral e Sistema de Direção Veicular**

Felipe Alvares de Azevedo Macedo

Prof. Orientador: Fernando Ribeiro da Silva

**Rio de Janeiro  
Junho de 2016**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA  
CELSO SUCKOW DA FONSECA - CEFET/RJ**

## **Dinâmica Lateral e Sistema de Direção Veicular**

Felipe Alvares de Azevedo Macedo

Projeto final apresentado em cumprimento às  
normas do Departamento de Educação Superior  
do CEFET/RJ, como parte dos requisitos para obtenção  
do título de Bacharel em Engenharia Mecânica

Prof. Orientador: Fernando Ribeiro da Silva

**Rio de Janeiro  
Junho de 2016**

## DEDICATÓRIA

Este projeto não poderia ser realizado sem a ajuda das pessoas às quais presto minha homenagem;

Aos meus pais, e irmão que sempre me apoiaram e me incentivaram a seguir um caminho de sucesso e de prosperidade durante todo o curso e principalmente neste desafio final;

Os amigos e namorada que mesmo sem conseguir contribuir para o desenvolvimento técnico do projeto, estiveram me motivando nos momentos de dificuldade e contemplando com momentos descontraídos e felizes durante todo o processo;

Aos professores e universidade Tennessee Technological University, que me proporcionaram uma visão diferente sobre a profissão que escolhi e ensinamentos que foram usados nesse projeto e continuarão sendo usados durante toda minha vida;

Dedico todo o meu trabalho e sucesso as pessoas citadas.

Obrigado por existirem em minha vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Fernando Ribeiro, por toda sua orientação e motivação durante o desenvolvimento do projeto.

Ao Projeto Baja SAE do CEFET/RJ, por ter cedido os dados necessários para o desenvolvimento desse projeto, e ter dado suporte quando necessário.

Ao Ciência sem Fronteiras, por todo o conhecimento aprendido durante meu intercâmbio estudantil, que foi vital para o projeto.

Minha imensa gratidão.

## RESUMO

Este trabalho consiste no estudo da dinâmica lateral de veículos em geral, onde os parâmetros do veículo off-road baja SAE do CEFET-RJ, serão usados como base para as análises. Primeiramente é feita uma abordagem do veículo em regime permanente, e após uma abordagem em regime transiente. É usado um modelo de dois graus de liberdade de um veículo com o centro de massa no chão, desprezando os efeitos de transferência de carga. Em seguida mais sete graus de liberdade são utilizados para calcular os efeitos de transferência de carga. O modelo é testado com três entradas de velocidade 5, 10 e 15 m/s, e uma entrada para o ângulo de esterçamento 0.1 rad, para a validação do modelo. O modelo é válido nas velocidades de 5 e 10 m/s uma vez que a aceleração lateral não atinge a máxima de tombamento, e suas respostas estabilizam com 2,22 segundos em sua condição estática, contudo, ao alcançar 15 m/s o veículo sofre o tombamento.

Palavras-chave: *Baja SAE, Dinâmica Lateral, Dinâmica Veicular.*

## ABSTRACT

The present work consists on a study of the lateral dynamic behavior of a general automobile. It will be used the CEFET-RJ Baja SAE prototype data as standard for all the simulation. First, it will be done a study of the steady-state behavior following by a study of the transient behavior of the vehicle. A model with two degrees of freedom is used to simulate an automobile with center of mass in the ground, so that the lateral load transfer and the suspension effects will not be considered. Afterwards, seven more degrees of freedom is added to the previews two, in order to calculate the lateral load transfer. The model is tested by using 3 different velocity inputs, 5, 10 and 15 m/s, plus a steering angle input of 0.1 rad in order to validate the model. The model is valid at 5 and 10 m/s, when the lateral acceleration is less than the maximum allowed for the rollover condition, and it became stable at 2.22 seconds, when it reaches its dynamic equilibrium. However, when at 15 m/s the model experience rollover.

Key Words: *Baja SAE, Lateral Dynamics, Vehicle Dynamics.*

## SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	2
DEDICATÓRIA .....	2
RESUMO .....	4
ABSTRACT .....	5
LISTA DE FIGURAS.....	8
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	10
Capítulo 1 .....	12
Introdução.....	12
1.1 Motivação.....	12
1.2 Justificativa.....	12
1.3 Objetivos .....	13
1.4 Metodologia e Trabalho Realizado .....	13
1.5 Organização do Trabalho .....	14
1.6 SAE Brasil e SAE Internacional.....	14
Capítulo 2 – Conhecimento básico sobre Pneu .....	16
2.1 Sistemas de Coordenadas da Roda .....	16
2.2 Força Lateral e Ângulo de Deriva .....	17
Capítulo 3 – Dinâmica Lateral em Regime Permanente. ....	19
3.1 Sistema de Coordenadas Adotado.....	19
3.2 Equações de Dirigibilidade .....	20
3.3 Gradiente Subesterçante .....	23
3.4 Velocidades Característica e Crítica .....	24
Capítulo 4 - Dinâmica Lateral: Regime Transiente.....	27
4.1 Equação de Movimento .....	27
4.2 Estabilidade do Sistema .....	31
4.3 – Verificação do Modelo .....	33
Capítulo 5 – Influência da Suspensão.....	36
5.1 – Equações de Movimento Dinâmica Vertical 7 GDL.....	37
5.2 – Reações dos Pneus .....	40
5.3 – Teste do Modelo Vertical .....	40
Capítulo 6 – Acoplamento dos Modelos .....	45
6.1 – Influência da Rolagem .....	45
6.2 – Condição de Tombamento .....	47
6.3 – Verificação do Modelo .....	48
Capítulo 7 – Avaliação dos Resultados.....	52

7.1 – Input de Esterçamento .....	52
7.2 – Resposta Senoidal .....	52
7.3 – Análise dos Resultados Obtidos .....	62
Capítulo 8 – Conclusão .....	64
8.1 – Sugestões.....	64
Referências.....	65
ANEXO A: Algoritmo Dinâmica Lateral em Regime Permanente .....	66
ANEXO B: Algoritmo Dinâmica Lateral 2GDL em Regime Transiente .....	68
ANEXO C: Algoritmo Dinâmica Vertical 7 GDL .....	71
ANEXO D: Algoritmo Dinâmica Lateral 9 GDL .....	75

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 PROTÓTIPO MR15 .....	13
FIGURA 2 SISTEMA DE COORDENADAS DA RODA [2] .....	16
FIGURA 3 ÂNGULO DE DERIVA [2] .....	17
FIGURA 4 PROPRIEDADES DO PNEU EM CONDIÇÕES DE CURVA [2] .....	18
FIGURA 5 SISTEMAS DE COORDENADAS GLOBAIS.....	19
FIGURA 6 SISTEMAS DE COORDENADAS LOCAL [5].....	20
FIGURA 7 ÂNGULOS DE ESTERÇAMENTO E DE DERIVA [1].....	21
FIGURA 8 DCL ANÁLISE REGIME PERMANENTE [1].....	22
FIGURA 9 DIRIGIBILIDADE LINEAR [1] .....	24
FIGURA 10 RESPOSTA DA TEORIA LINEAR NO PROTÓTIPO MR 15 .....	24
FIGURA 11 VARIAÇÃO DO ESTERÇAMENTO VS VELOCIDADE [3].....	25
FIGURA 12 RESPOSTA VARIAÇÃO ESTERÇAMENTO VS VELOCIDADE NO PROTÓTIPO MR15 .....	26
FIGURA 13 ÂNGULOS E COMPONENTES DAS VELOCIDADES.....	28
FIGURA 14 ÂNGULO DE DERIVA EM RELAÇÃO ÀS VELOCIDADES [7].....	29
FIGURA 15 DCL MODELO 2D.....	30
FIGURA 16 EXEMPLOS DE TIPOS DE INSTABILIDADE [1] .....	33
FIGURA 17 VARIAÇÃO DA GUINADA E Y VS TEMPO .....	34
FIGURA 18 DESLOCAMENTO ESPACIAL MODELO 2GDL .....	34
FIGURA 19 INSTABILIDADE MODELO 2GDL.....	35
FIGURA 20 MODELO COM 7 GRAUS DE LIBERDADE.....	37
FIGURA 21 DCL MASSA SUSPensa.....	38
FIGURA 22 DCL MASSA NÃO SUSPensa .....	39
FIGURA 23 DESLOCAMENTO DA MASSA SUSPensa.....	41
FIGURA 24 VARIAÇÃO DA ARFAGEM COM O TEMPO .....	41
FIGURA 25 VARIAÇÃO DO ROLAMENTO COM O TEMPO .....	42
FIGURA 26 DESLOCAMENTO DAS MASSAS NÃO SUSPensas COM O TEMPO.....	42
FIGURA 27 REAÇÕES DOS PNEUS.....	43
FIGURA 28 DESLOCAMENTO MASSAS NÃO SUSPensas SEPARADAS.....	43
FIGURA 29 TRANSFERÊNCIA DE CARGA .....	46
FIGURA 30 MODELO DE TOMBAMENTO .....	47
FIGURA 31 DESLOCAMENTO DA MASSA SUSPensa VS TEMPO.....	48
FIGURA 32 VARIAÇÃO DA ARFAGEM VS TEMPO .....	48
FIGURA 33 VARIAÇÃO DA ROLAGEM VS TEMPO .....	49
FIGURA 34 DESLOCAMENTO DAS MASSAS NÃO SUSPensas VS TEMPO.....	49
FIGURA 35 REAÇÕES DOS PNEUS.....	50

FIGURA 36 DESLOCAMENTO ESPACIAL DO PROTÓTIPO MR15 .....	51
FIGURA 37 FUNÇÃO SENOIDAL .....	52
FIGURA 38 VARIAÇÃO LATERAL - 5M/s .....	53
FIGURA 39 DESLOCAMENTO VERTICAL DA MASSA SUSPensa Vs TEMPO – 5M/s .....	53
FIGURA 40 VARIAÇÃO DA ARFAGEM Vs TEMPO - 5M/s.....	54
FIGURA 41 VARIAÇÃO DO ROLAMENTO Vs TEMPO - 5M/s.....	54
FIGURA 42 DESLOCAMENTO DAS MASSAS NÃO-SUSPENSAS Vs TEMPO - 5M/s .....	55
FIGURA 43 REAÇÕES DOS PNEUS Vs TEMPO - 5M/s .....	55
FIGURA 44 DESLOCAMENTO ESPACIAL - 5 M/s .....	56
FIGURA 45 VARIAÇÃO LATERAL - 10M/s .....	56
FIGURA 46 RESPOSTA DA MASSA SUSPensa - 10M/s .....	57
FIGURA 47 VARIAÇÃO DA ARFAGEM Vs TEMPO - 10M/s.....	57
FIGURA 48 VARIAÇÃO DO ROLAMENTO Vs TEMPO - 10M/s.....	58
FIGURA 49 DESLOCAMENTO DAS MASSAS NÃO-SUSPENSAS Vs TEMPO 10M/s .....	58
FIGURA 50 REAÇÕES DOS PNEUS - 10M/s .....	58
FIGURA 51 DESLOCAMENTO ESPACIAL - 10 M/s .....	59
FIGURA 52 VARIAÇÃO LATERAL - 15 M/s.....	59
FIGURA 53 RESPOSTA DA MASSA SUSPensa - 15 M/s .....	60
FIGURA 54 VARIAÇÃO DA ARFAGEM Vs TEMPO - 15 M/s .....	60
FIGURA 55 VARIAÇÃO DO ROLAMENTO Vs TEMPO - 15 M/s.....	61
FIGURA 56 DESLOCAMENTO DAS MASSAS NÃO-SUSPENSAS Vs TEMPO - 15 M/s.....	61
FIGURA 57 REAÇÕES DOS PNEUS – 15 M/s.....	61
FIGURA 58 DESLOCAMENTO ESPACIAL - 15 M/s .....	62

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### Capítulo 2

$\alpha$	Ângulo de Deriva (Slip Angle)
$\gamma$	Ângulo de Cambagem (Camber Angle)
$F_Y$	Força Lateral
$C_\alpha$	Rigidez a Curvatura (Cornering Stiffness)
$C_S$	Coefficiente de Curvatura (Cornering Coefficient)
$F_V$	Força Vertical

### Capítulo 3

$V$	Velocidade do Automóvel
$R$	Raio de Curvatura
$\psi$	Ângulo de Guinada (Yaw Angle)
$\theta$	Ângulo de Arfagem (Pitch Angle)
$\phi$	Ângulo de Rolagem (Roll Angle)
$\beta$	<i>Attitude Angle</i>
$\xi$	<i>Course Angle</i>
$\delta_K$	Ângulo de Ackerman
$C_E$	Centro de rotação estático
$L$	Distância Entre-Eixos
$a$	Distância entre o Eixo Dianteiro e o CG
$b$	Distância entre o Eixo Traseiro e o CG
$k_U$	Gradiente de Subesterçamento
$A_Y$	Aceleração Lateral
$V_{car}$	Velocidade Característica
$V_{crit}$	Velocidade Crítica

### Capítulo 4

$M$	Massa Total
$I_z$	Momento de Inércia em Z
$V_{ax}$	Velocidade em X coordenada Local
$V_{ay}$	Velocidade em Y coordenada Local
$C_0$	<i>Zeroth Moment Vehicle Cornering Stiffness [1]</i>
$C_1$	<i>First Moment Vehicle Cornering Stiffness [1]</i>
$C_2$	<i>Second Moment Vehicle Cornering Stiffness [1]</i>

### Capítulo 5

$z$	Deslocamento da Massa Suspensa
$I_X$	Momento de Inércia em X
$I_Y$	Momento de Inércia em Y
$H_{CG}$	Altura do Centro de Gravidade
$m_{dd}$	Massa Não-Suspensa Dianteira Direita

$m_{de}$	Massa Não-Suspensa Dianteira Esquerda
$m_{td}$	Massa Não-Suspensa Traseira Direita
$m_{te}$	Massa Não-Suspensa Traseira Esquerda
$C_d$	Constante de Amortecimento Dianteira
$C_t$	Constante de Amortecimento Traseira
$K_d$	Constante Elástica Dianteira
$K_t$	Constante Elástica Traseira
$C_{pd}$	Constante de Amortecimento do Pneu Dianteiro
$C_{pt}$	Constante de Amortecimento do Pneu Traseiro
$K_{pd}$	Constante Elástica do Pneu Dianteiro
$K_{pt}$	Constante Elástica do Pneu Traseiro
$l_d$	Distância entre o centro de gravidade e a roda direita
$l_e$	Distância entre o centro de gravidade e a roda esquerda
$z_{dd}$	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Dianteira do lado Direito
$z_{de}$	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Dianteira do lado Esquerdo
$z_{td}$	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Traseira do lado Direito
$z_{te}$	Deslocamento da Massa Não-Suspensa Traseira do lado Esquerdo

## Capítulo 6

$M_s$	Massa Suspensa
$h_1$	Altura Dinâmica do Centro de Massa
$T$	Bitola do veículo
$T_d$	Bitola Dianteira
$T_t$	Bitola Traseira
$F_{Vex}$	Força vertical na roda externa a curva
$F_{Vin}$	Força vertical na roda interna a curva

# Capítulo 1

## Introdução

O comportamento direcional dos automóveis é de fundamental importância na vida de todas as pessoas nos dias de hoje. É ele que proporciona uma boa resposta dos automóveis aos trajetos e irregularidades encontradas nas pistas ou estradas, garantindo o controle e segurança para motoristas e passageiros. O comportamento lateral de automóveis é de alta complexidade, e esse estudo tem como objetivo o seu maior entendimento, explicando os fatores influenciadores da dirigibilidade de automóveis, utilizando algoritmos para as simulações. Pretende-se dar um foco maior a veículos fora de estrada como é o caso do protótipo Mini Baja do CEFET-RJ.

### 1.1 Motivação

O tópico abordado é de grande interesse, pois, para prever o comportamento de um automóvel é necessária a utilização de diversos conceitos matemáticos, físicos e dinâmicos ensinados durante um curso de engenharia mecânica. Outro motivo é a necessidade de um estudo mais focado para os protótipos Mini Baja, uma vez que um dos pré-requisitos da competição é que o protótipo tenha uma boa dirigibilidade, sendo a mesma testada antes das provas dinâmicas, na fase de segurança.

### 1.2 Justificativa

Por se tratar de prever o comportamento de um veículo off-road, há necessidade do estudo completo do sistema de direção, já que as condições do terreno no qual o veículo é utilizado são altamente instáveis, com obstáculos que solicitam uma suspensão resistente, sem que o piloto perca o controle do protótipo. Mesmo tendo um maior foco no projeto Baja SAE, o estudo em questão pode ser utilizado em qualquer tipo de automóvel, fazendo somente suas devidas alterações. Atualmente, com a melhoria das tecnologias, e o conceito de carros autônomos, que dispensam a necessidade de um motorista, o estudo do comportamento do carro também se torna fundamental.

### 1.3 Objetivos

O objetivo principal do projeto é o maior entendimento dos parâmetros que afetam a dinâmica lateral de automóveis, apresentando como resultado um modelo analítico de fácil entendimento, que pode ser aplicado em veículos em geral, porém, no presente trabalho é aplicado em veículos tipo mini baja.

### 1.4 Metodologia e Trabalho Realizado

Como dito anteriormente, será dado um foco no protótipo mini baja do CEFET/RJ, e com isso os parâmetros do protótipo baja SAE, modelo MR15 (Figura 1), serão utilizados durante todo o estudo.



Figura 1 Protótipo MR15

Para a execução do projeto será feita uma revisão bibliográfica, seguida por modelos analíticos em regime permanente, onde será possível prever o comportamento do protótipo sobre uma curva de raio pré-definido, e regime transiente, no qual será possível prever o comportamento do automóvel sobre diferentes ângulos de esterçamento. Para o estudo do veículo em regime transiente, serão impostas três entradas de velocidade 5, 10 e 15 m/s e uma entrada para o ângulo de esterçamento 0.1 rad, em seguida, serão avaliados os resultados. Ao final será sugerido o aprimoramento do modelo aqui proposto para futuros projetos.

## **1.5 Organização do Trabalho**

O estudo em questão foi dividido em 8 capítulos, cada um tratando de uma etapa do estudo da dinâmica lateral de veículos.

No capítulo 1 é feita uma breve introdução sobre o tema, explicando um pouco mais sobre a competição baja SAE, e o sistema de coordenadas adotado no estudo.

O capítulo 2 cita as propriedades dos pneus em geral, e sua importância no comportamento veicular.

Do capítulo 3 ao 4 é iniciado o estudo da dinâmica lateral, primeiramente, em regime permanente (Cap. 3) seguido do estudo em regime transiente (Cap 4) de um automóvel.

No capítulo 5 serão introduzidas as influências da transferência de carga, e da rolagem, criando-se um modelo com 7 graus de liberdade.

No capítulo 6 é feito o acoplamento entre o modelo lateral de 2 graus de liberdade e o modelo vertical de 7 graus de liberdade.

No capítulo 7 o modelo geral de 9 graus de liberdade derivado do capítulo 6 é testado com um esterçamento variável e em diferentes velocidades longitudinais.

A conclusão é realizada no capítulo 8, onde serão discutidos alguns pontos dos resultados, e propostas para futuros projetos.

## **1.6 SAE Brasil e SAE Internacional**

A SAE BRASIL (Society of Automotive Engineers) é uma associação sem fins lucrativos, que congrega especialistas relacionados ao mercado automotivo, entre eles engenheiros, técnicos e executivos. Tem como principal objetivo incentivar e apoiar o desenvolvimento de profissionais capacitados nas diferentes comunidades da mobilidade, entre elas, a automotiva, marítima e aeroespacial.

Com 25 anos de existência, a SAE BRASIL foi iniciada em 1991 por executivos do segmento automotivo e aeroespacial, conscientes da necessidade de abrir as fronteiras do conhecimento para os profissionais brasileiros de mobilidade.

Desde então a SAE BRASIL conta com seis mil associados e mais de mil voluntários e atuação nacional, sede na cidade de São Paulo e presença em sete estados brasileiros, por meio de 10 seções regionais.

A SAE BRASIL é filiada a SAE Internacional, uma associação com os mesmos fins e objetivos, fundada em 1905, nos Estados Unidos, por líderes de grande visão da indústria automotiva e da então nascente indústria aeronáutica, dentre os quais se destacam Henry Ford, Thomas Edison e Orville Wright e tem se constituído, em seus mais de 100 anos de existência, em uma das principais fontes de normas e padrões relativas aos setores automotivo e aeroespacial em todo o mundo, com mais de 5 mil normas geradas e 90 mil sócios distribuídos em 93 países.

## Capítulo 2 – Conhecimento básico sobre Pneu

Uma vez que a movimentação dos automóveis se dá quase que somente pela ação de forças exercidas pela estrada sobre os pneus, não é possível falar em dinâmica lateral, sem ter primeiramente uma breve introdução sobre as propriedades dos pneus. De acordo com [1], a principal função do pneu, é interagir com a superfície da estrada, produzindo as forças necessárias para suportar e movimentar o veículo em questão. Tais forças são de fundamental importância para gerar a aceleração, frenagem e a ação de curva do automóvel. Outra função é a de ajudar no amortecimento contra irregularidades encontradas nas estradas, e ser capaz de operar por diversos quilômetros com boa confiabilidade. O capítulo 2 tem como objetivo, apresentar um maior conhecimento sobre pneus, que vai servir como base para os estudos apresentados no trabalho.

### 2.1 Sistemas de Coordenadas da Roda

Assim como no veículo, um sistema de coordenadas apropriado deve ser definido para a roda. O sistema adotado é o mesmo da ISO 8855 / DIN 70000 (Figura 2), onde o eixo  $X'$  segue a direção onde a roda está apontando, o eixo  $Y'$  à  $90^\circ$  do eixo  $X$  sentido para a esquerda, e o eixo  $Z'$  pela regra da mão direita sentido para cima.

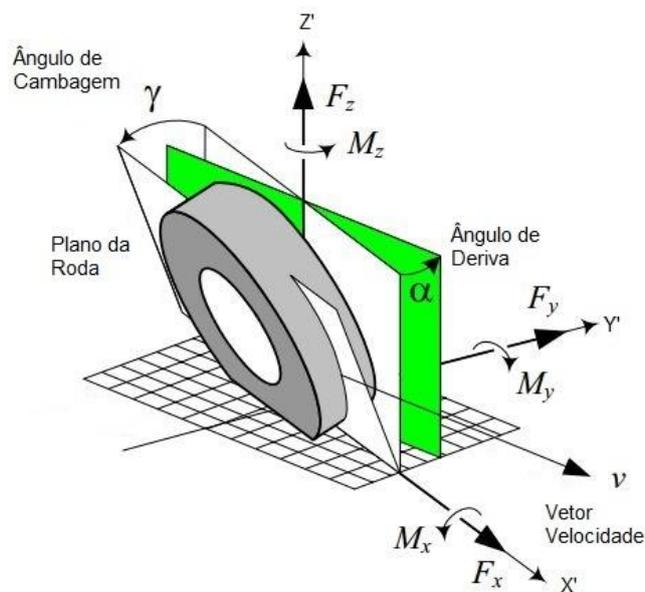


Figura 2 Sistema de Coordenadas da Roda [2]

Uma vez apresentado o sistema de coordenadas utilizado, tem-se a necessidade de mencionar os ângulos de deriva e de cambagem (Figura 3, Figura 2) que serão amplamente utilizados nos cálculos de dinâmica lateral:

- Ângulo de Deriva (Slip Angle),  $\alpha$  (alpha), que é o ângulo entre o eixo  $X'$  e a direção de viagem da roda.
- Ângulo de Cambagem (Camber Angle),  $\gamma$  (gama), que é o ângulo de inclinação da roda.

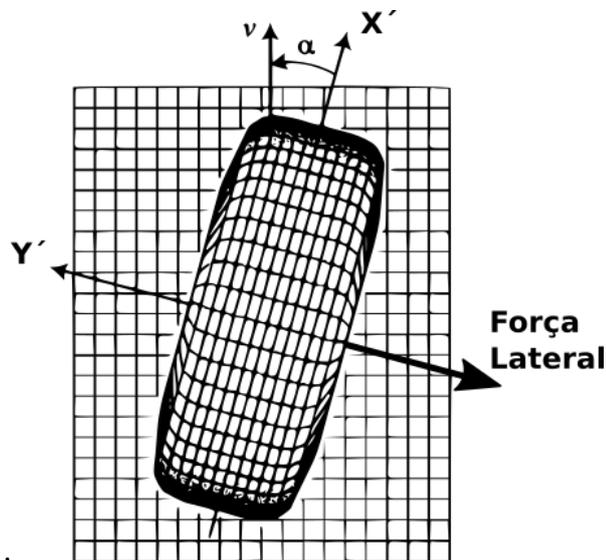


Figura 3 Ângulo de Deriva [2]

## 2.2 Força Lateral e Ângulo de Deriva

Quando o veículo está sobre condições de curva, o pneu necessita exercer uma força lateral ( $F_y$ ) para proporcionar o equilíbrio dinâmico. Tal força, chamada na literatura americana de “*Cornering Force*” proporciona distorções no pneu, gerando o ângulo de deriva. A relação entre  $F_y$  e  $\alpha$ , pode ser observada em Figura 4.

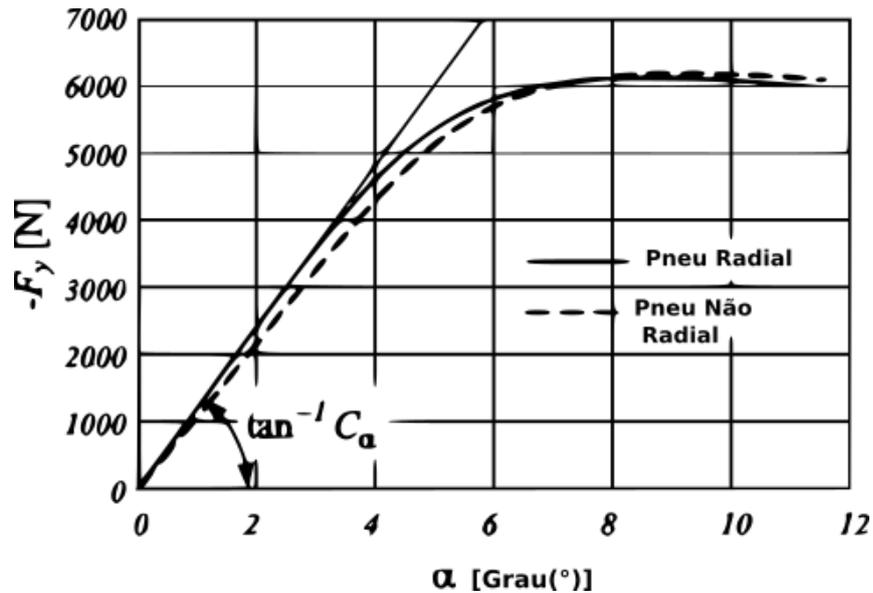


Figura 4 Propriedades do Pneu em Condições de Curva [2]

Como é visto no gráfico, existe uma relação linear entre  $F_y$  e  $\alpha$ , em baixos ângulos de deriva, até 5° ou menos segundo [3]. Sendo assim a força lateral pode ser descrita como:

$$F_y = C_\alpha \alpha \quad \text{Eq 1}$$

Onde a constante de proporcionalidade  $C_\alpha$  é conhecida como “Cornering Stiffness” pela SAE [4], porém aqui chamada como Rigidez à Curvatura. De acordo com [3] existem diversos fatores que influenciam a rigidez à curvatura, como o tamanho do pneu utilizado, o tipo de construção do pneu (fibras inclinadas (“bias-ply”), ou radiais (“radial-ply”)), número de fibras, largura do pneu, e o quanto o pneu está em contato com o solo. Conseqüentemente, variáveis como a pressão do pneu e a carga vertical ( $F_z$ ), são de extrema importância, já que afetam o quanto o pneu está em contato com o solo.

Para facilitar a comparação de diferentes tipos de pneus em diferentes cargas, é comum dividir a rigidez à curvatura pela carga vertical, gerando um coeficiente de curvatura (“Cornering Coefficient”)  $C_S$ , e com isso uma nova relação é gerada:

$$C_\alpha = C_S \cdot F_V \quad \text{Eq 2}$$

De acordo com [1],  $C_S$  tem valores típicos de 0.16/° ou 10/rad para pneus com fibras radiais, e aproximadamente 20% menos para pneus com fibras inclinadas, e os mesmos serão usados como referência para os cálculos.

## Capítulo 3 – Dinâmica Lateral em Regime Permanente.

A dinâmica lateral como foi dito anteriormente, é de fundamental importância para caracterizar a resposta do automóvel às curvas impostas pela estrada. Um método mais simples e mais fácil de ser testado é a dinâmica lateral em regime permanente abordada nesse capítulo. Tal método necessita que as variáveis, velocidade do automóvel,  $V$ , e o raio de curvatura,  $R$ , sejam constantes. Ambas, são controladas pelo motorista, através da posição do volante, e do acelerador. Parâmetros influenciadores na dinâmica lateral citados por [1], são as propriedades do chassi, da suspensão, do pneu, e das condições do ambiente (superfície da pista, condições atmosféricas), porém para o primeiro estudo apresentado, serão usadas somente as propriedades do chassi, e do pneu. Serão definidos nesse capítulo os conceitos de sobre-esterçamento, subesterçamento, e as velocidades, característica e crítica, que são importantíssimas ao caracterizar um veículo.

### 3.1 Sistema de Coordenadas Adotado

O Sistema de coordenadas adotado no estudo será o mesmo recomendado pela ISO 8855 / DIN 70000 [5] e descrito aqui. Primeiramente é usado um sistema de coordenada global, XYZ, fixado na Terra (Figura 5). O eixo Y tem direção vertical, sentido para cima, eixo X tem direção horizontal, sentido para direita. A direção e o sentido do eixo Z são obtidos de acordo com a regra da mão direita. É usado também um sistema de coordenadas local, xyz, (Figura 6), com origem no centro de massa do veículo. O eixo x tem sentido para frente, na direção de trajeto do veículo, o eixo y tem sentido para a esquerda do motorista, e pela regra da mão direita, o eixo z tem sentido para cima.

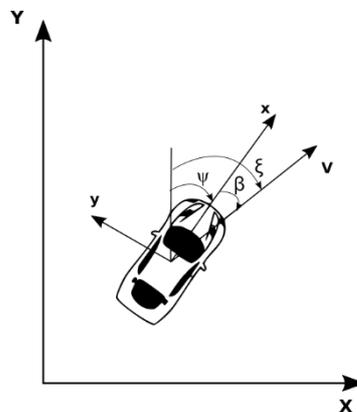


Figura 5 Sistemas de Coordenadas Globais

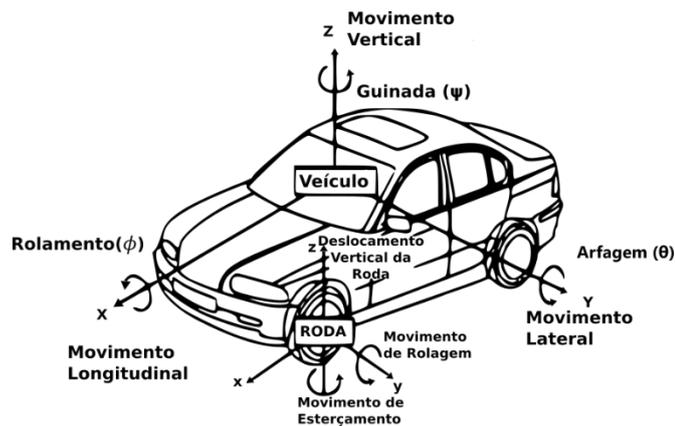


Figura 6 Sistemas de Coordenadas Local [5]

Tendo adotado os dois sistemas de coordenadas, há a necessidade da distinção de três tipos diferentes de rotações que podem ocorrer no sistema de coordenadas local,  $xyz$ , e as definições dos ângulos gerados por tais rotações.

1. Rotação em torno do eixo  $z$ , ângulo de guinada (“Yaw”),  $\psi$  (psi).
2. Rotação em torno do eixo  $y$ , ângulo de arfagem (“Pitch”),  $\theta$  (theta).
3. Rotação em torno do eixo  $x$ , ângulo de rolamento (“Roll”),  $\phi$  (fi).

Outros ângulos de igual importância que serão usados no estudo e devem ser mencionados são:

1. Ângulo entre o eixo  $x$  e o vetor Velocidade,  $\beta$  (beta), chamado de “attitude angle” por [1], positivo no sentido anti-horário.
2. Ângulo entre o eixo  $X$  e o vetor Velocidade,  $\xi$  (csi), chamado de “course angle” por [1], positivo no sentido anti-horário.

### 3.2 Equações de Dirigibilidade

Para os cálculos, é usado o modelo bicicleta, onde a suspensão não é considerada, o centro de massa fica na altura do chão não havendo assim transferência de carga, e as propriedades do par de rodas em cada eixo é combinada e expressada em somente uma roda em cada eixo na linha de centro do automóvel, simplificando a geometria. Tal modelo pode ser melhor visualizado na Figura 7.

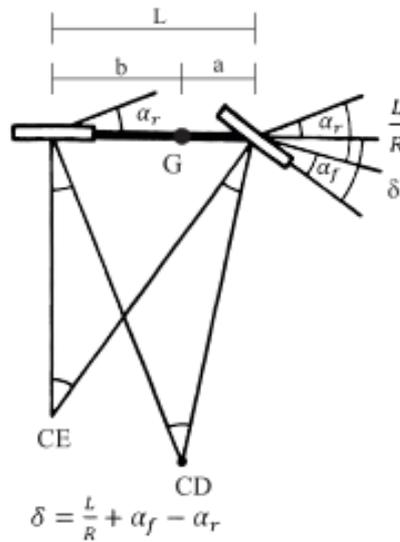


Figura 7 Ângulos de Esterçamento e de Deriva [1]

Em condições de baixa velocidade, onde a aceleração lateral é muito baixa, podem ser desconsiderados efeitos dinâmicos (ângulos de deriva), com isso, usando aproximação para ângulos pequenos, pode-se fazer uma relação entre o ângulo de esterçamento,  $\delta_K$ , e o centro de rotação estático,  $C_E$ , usando semelhança de triângulos. O ângulo de esterçamento,  $\delta_K$ , é chamado de Ângulo de Ackerman por [1] e [3].

$$\delta_K = \frac{L}{R} \quad \text{Eq 3}$$

Onde a letra  $L$  é a distância entre eixos do automóvel.

Quando o automóvel apresenta velocidades moderadas ou altas, as acelerações laterais não podem ser mais desconsideradas, e então, a equação deixa de ser simplesmente igual à Eq 3, e passa a existir um termo dinâmico que é igual a diferença do ângulo de deriva dianteiro ( $\alpha_d$ ) e traseiro ( $\alpha_t$ ) como é abordado por [1] e [3].

$$\delta = \frac{L}{R} + \alpha_d - \alpha_t \quad \text{Eq 4}$$

Após ter essa relação, é feito um diagrama de corpo livre (DCL) e aplicada a Segunda Lei de Newton para conseguir achar as variáveis  $\alpha_d$  e  $\alpha_t$ .

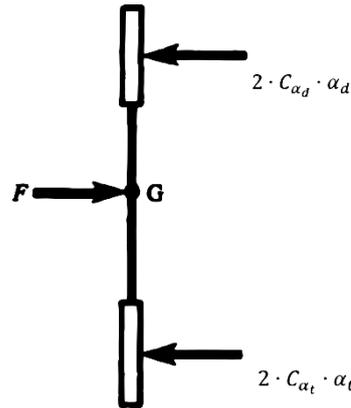


Figura 8 DCL Análise Regime Permanente [1]

$$\sum F_y = F_{yd} + F_{yt} = mA_y$$

$$\sum M_{CG} = aF_{yt} - bF_{yd} = 0$$

$$F_{yd} = \frac{b}{L} mA_y \quad \text{Eq 5}$$

$$F_{yt} = \frac{a}{L} mA_y \quad \text{Eq 6}$$

Aplicando 5 e 6 em 1, e sabendo que existem duas rodas dianteiras e traseiras,

$$\alpha_d = \frac{bm}{2C_{\alpha_d}L} A_y \quad \text{Eq 7}$$

$$\alpha_t = \frac{am}{2C_{\alpha_t}L} A_y \quad \text{Eq 8}$$

Após ter obtido os ângulos de deriva, ambos foram substituídos na Eq 4, conseguindo assim,

$$\delta = \frac{L}{R} + \frac{m}{2L} \left( \frac{b}{C_{\alpha_d}} - \frac{a}{C_{\alpha_t}} \right) A_y \quad \text{Eq 9}$$

Onde,

$$k_U = \frac{m}{2L} \left( \frac{b}{C_{\alpha d}} - \frac{a}{C_{\alpha t}} \right) \quad \text{Eq 10}$$

Em que  $k_U$  é chamado de gradiente de subesterçamento (“Understeer Gradient”), e ele nada mais é do que a primeira porção do peso do peso dianteira menos a porção do peso traseira.

### 3.3 Gradiente Subesterçante

Já citado anteriormente, o gradiente de subesterçamento é de fundamental importância, pois, é ele que consegue caracterizar o comportamento do automóvel, que por sua vez, pode ser caracterizado em três diferentes maneiras [3]:

1. **Esterçamento Neutro**  $\frac{b}{C_{\alpha d}} = \frac{a}{C_{\alpha t}} \rightarrow k_U = 0 \rightarrow \alpha_d = \alpha_t$

A primeira, onde o automóvel tem um comportamento Neutro, no qual não haverá necessidade de uma variação do ângulo de esterçamento para uma variação na aceleração lateral, ou seja, a força gerada pela aceleração lateral irá causar um incremento nos ângulos de deriva dianteiro e traseiro de igual magnitude, sendo assim o ângulo de esterçamento necessário será igual ao ângulo de Ackerman.

2. **Subesterçante**  $\frac{b}{C_{\alpha d}} > \frac{a}{C_{\alpha t}} \rightarrow k_U > 0 \rightarrow \alpha_d > \alpha_t$

A segunda, onde o automóvel tem um comportamento subesterçante, onde o ângulo de esterçamento irá aumentar linearmente com o aumento da aceleração lateral, fazendo o automóvel esterçar menos do que o que foi predefinido pelo ângulo de Ackerman. Fisicamente, o comportamento subesterçante representa um maior aumento no ângulo de deriva dianteiro comparado ao traseiro para uma mesma aceleração lateral, fazendo assim com que o automóvel “saia com a dianteira”.

3. **Sobre-esterçante**  $\frac{b}{C_{\alpha d}} < \frac{a}{C_{\alpha t}} \rightarrow k_U < 0 \rightarrow \alpha_d < \alpha_t$

A terceira e última maneira representa o comportamento sobre-esterçante, onde o ângulo de esterçamento irá diminuir linearmente com o aumento da aceleração lateral, fazendo com que o automóvel esterça mais do que o que foi predefinido pelo ângulo de Ackerman. Fisicamente, ele representa um maior aumento no ângulo de deriva traseiro comparado com o dianteiro, fazendo com que o automóvel “saia com a traseira”.

Tal comportamento linear pode ser observado na Figura 9.

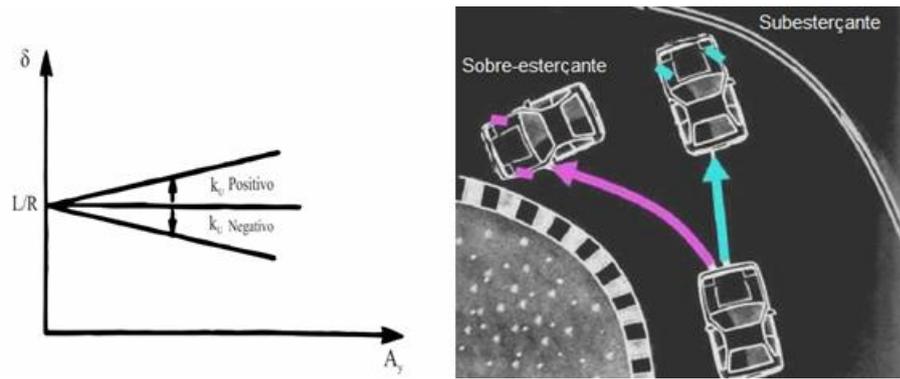


Figura 9 Dirigibilidade Linear [1]

Uma vez feita essa definição linear, foi feito o mesmo estudo do protótipo MR15, onde foi verificada uma tendência sobre-esterçante, como pode ser observado na Figura 10

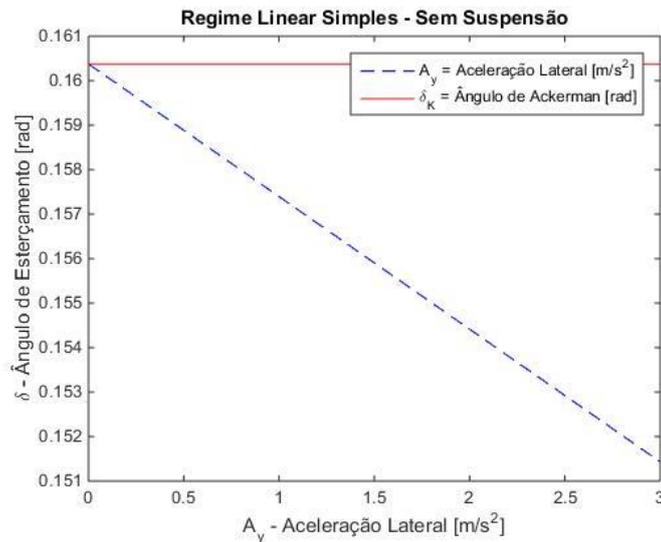


Figura 10 Resposta da Teoria Linear no protótipo MR 15

### 3.4 Velocidades Característica e Crítica

Uma vez que a aceleração lateral  $A_y$  pode ser substituída por  $v^2/R$ , [6], o ângulo de esterçamento pode variar com o quadrado da velocidade e com isso o conceito de *velocidade característica* e *velocidade crítica* pode ser definido a partir da análise do gradiente subesterçante. Essa análise das velocidades tem fundamental importância na dinâmica veicular, pois expressam o quanto o veículo é subesterçante ou sobre-esterçante.

## 1. Velocidade Característica

É utilizada para caracterizar um automóvel *subesterçante*, e é definida como a velocidade em que seria necessário o dobro do esterçamento das rodas dianteiras para realizar uma curva, em relação a um automóvel *Neutro*.

$$V_{car} = \sqrt{\frac{L}{k_U}} \quad \text{Eq 11}$$

De acordo com [1], um valor típico para velocidade característica de um automóvel é de 25 m/s, aproximadamente 90 km/h

## 2. Velocidade Crítica

É utilizada para caracterizar um automóvel sobre-esterçante, e fisicamente significa a velocidade em que o automóvel se torna instável, e para se fazer uma curva, o ângulo de esterçamento necessário iria ser negativo.

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{-L}{k_U}} \quad \text{Eq 12}$$

Tais características podem ser observadas na Figura 11.

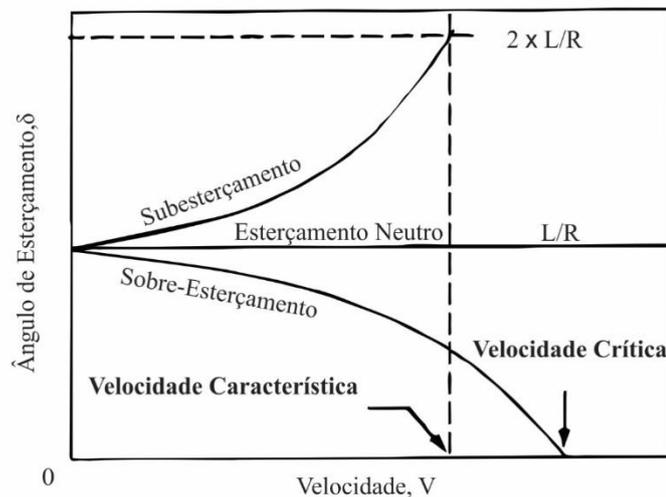


Figura 11 Variação do Esterçamento vs Velocidade [3]

Da mesma maneira que foi feita uma análise do gradiente sobreesterçante do protótipo MR15, foi também feita uma análise em relação as velocidades (Figura 12).

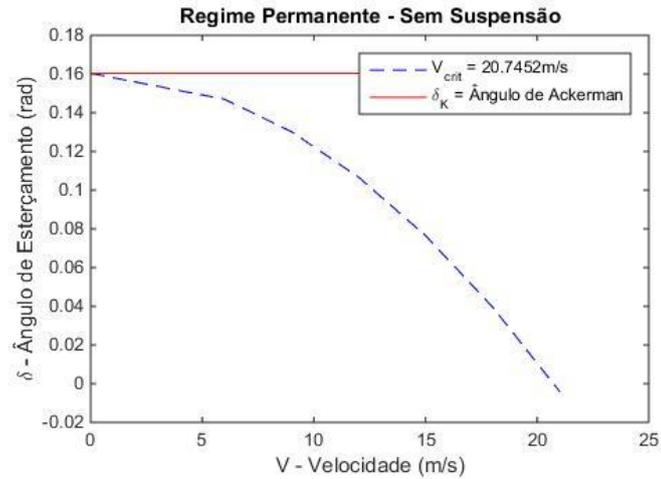


Figura 12 Resposta Variação Esterçamento vs Velocidade no protótipo MR15

Pode ser visto que o veículo é sobre-esterçante e sua velocidade crítica é de 20,7 m/s, aproximadamente 75 km/h, o que apesar de parecer uma velocidade relativamente baixa para um veículo comercial, ela é raramente atingida por um protótipo Mini Baja durante as provas. Entretanto, os efeitos causados pela suspensão não foram considerados no estudo, o que pode alterar o comportamento do veículo.

## Capítulo 4 - Dinâmica Lateral: Regime Transiente

Apesar de se predizer algumas características de grande importância na análise do automóvel em regime permanente, para se ter maiores informações sobre o sistema é necessário um estudo do veículo em regime transiente, ou seja, quando há uma variação do ângulo de esterçamento, podendo assim ocasionar a instabilidade do sistema.

Será realizado nesse capítulo uma análise das equações de movimento da dinâmica lateral, testar o modelo em diferentes inputs de esterçamento, e será definido o conceito de instabilidade direcional. Os dados utilizados para tais testes, são encontrados na Tabela 1.

Tabela 1 Parâmetros do protótipo MR15

Parâmetros Baja SAE Mudrunner MR 15					
	Parâmetro		Símbolo	Valor	Unidade
1	Entre Eixos		L	1,283	[m]
2	Massa Total		M	299,2	[kg]
3	CG em relação ao Eixo Dianteiro		a	717,4	[m]
4	Momento de Inercia em Z		$I_z$	58,14	[kg.m <sup>2</sup> ]
Dados do Pneu					
1	Rigidez a Curvatura Dianteira	d	$C_{Sd}$	11,76	[N.s/m]
2	Rigidez a Curvatura Traseira	t	$C_{St}$	10,02	[N.s/m]

### 4.1 Equação de Movimento

Para conseguir derivar as equações de movimento, o mesmo modelo de 2 graus de liberdade (GDL) adotado em [7], foi utilizado. Tal modelo engloba tanto variação do deslocamento lateral ( $y$ ), quanto a variação do ângulo de guinada ( $\psi$ ), os quais proporcionam os movimentos de translação e de rotação, respectivamente. Para tal, há a necessidade de determinar a aceleração lateral do automóvel em termos da velocidade, melhor ilustrada na Figura 13.

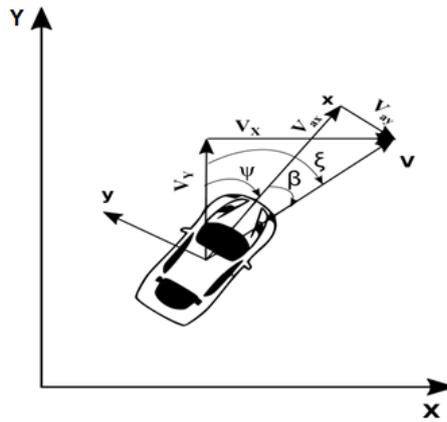


Figura 13 Ângulos e Componentes das Velocidades

Para simplificação dos valores, foi adotada a simplificação de ângulos pequenos, resultando assim nas equações, 13, 14, 15 e 16.

$$V_{ax} = V \cos \beta \rightarrow V \quad \text{Eq 13}$$

$$V_{ay} = V \sin \beta \rightarrow \beta V \quad \text{Eq 14}$$

$$V_X = V \cos \xi \rightarrow V \quad \text{Eq 15}$$

$$V_Y = V \sin \xi \rightarrow \xi V \quad \text{Eq 16}$$

Após descobrir as relações entre a velocidade ( $V$ ) e suas componentes, foi feita uma análise para descobrir a aceleração lateral ( $A_Y$ ). Foi adotado para os cálculos a velocidade constante, sendo assim:

$$V_Y = V\xi.$$

$$A_Y = V\dot{\xi}.$$

$$= V(\dot{\beta} + \dot{\psi})$$

$$= V\dot{\beta} + V\dot{\psi}$$

$$A_Y = \ddot{y} + V\dot{\psi} \quad \text{Eq 17}$$

Tendo definida  $A_Y$ , o próximo passo necessário é definir os ângulos de deriva,  $\alpha_d$  e  $\alpha_t$  em função de  $y$  e  $\psi$ . Para tal, foi adotada a mesma definição usada por [7], onde é dito que o ângulo de deriva de um pneu é definido pelo ângulo entre a orientação do pneu e a orientação

do vetor velocidade na roda ( $\beta_d$  para a roda dianteira e  $\beta_t$  para a traseira). Uma melhor visualização pode ser observada na Figura 14.

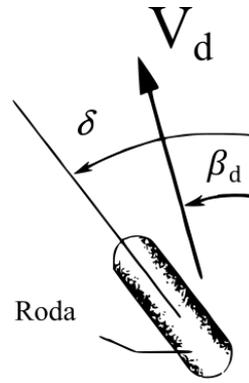


Figura 14 Ângulo de Deriva em Relação às Velocidades [7]

Comparando o conceito de [7], e a figura, pode-se obter a relação entre os ângulos de deriva:

$$\alpha_d = \delta - \beta_d \quad \text{Eq 18}$$

$$\alpha_t = -\beta_t \quad \text{Eq 19}$$

Para descobrir a relação entre  $\beta_d$  e  $\beta_t$  foi usado o conceito de velocidades relativas [6], com a velocidade do centro de massa,  $V$ , e a velocidade nas rodas  $V_d$  e  $V_t$ , e com isso chegando nas equações Eq 20 e Eq 21.

$$\alpha_d = \delta - \left( \frac{\dot{y}}{V} + \frac{a\dot{\psi}}{V} \right) \quad \text{Eq 20}$$

$$\alpha_t = - \left( \frac{\dot{y}}{V} - \frac{b\dot{\psi}}{V} \right) \quad \text{Eq 21}$$

Após obtidas as variáveis necessárias, foi feito um diagrama de corpo livre (Figura 15),

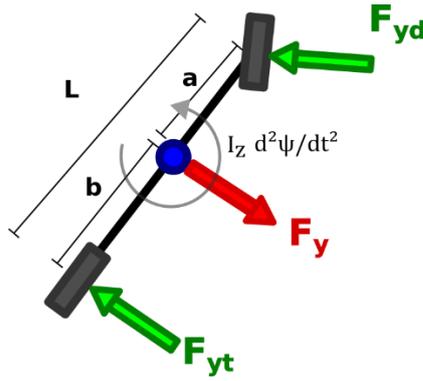


Figura 15 DCL Modelo 2D

Utilizando a Segunda Lei de Newton, as equações de movimento (Eq 22 e Eq 23) foram obtidas.

$$\sum F_y = F_d + F_t - m(\ddot{y} + V\dot{\psi}) = 0$$

$$2C_{\alpha d} \left[ \delta - \left( \frac{\dot{y}}{V} + \frac{a\dot{\psi}}{V} \right) \right] + 2C_{\alpha t} \left[ - \left( \frac{\dot{y}}{V} - \frac{b\dot{\psi}}{V} \right) \right] - m\ddot{y} - mV\dot{\psi} = 0$$

$$2C_{\alpha d} \delta - \frac{2C_{\alpha d}}{V} \dot{y} - \frac{2aC_{\alpha d}}{V} \dot{\psi} - \frac{2C_{\alpha t}}{V} \dot{y} - \frac{2bC_{\alpha t}}{V} \dot{\psi} - m\ddot{y} - mV\dot{\psi} = 0$$

$$m\ddot{y} + \left( \frac{2C_{\alpha d} + 2C_{\alpha t}}{V} \right) \dot{y} + \left( \frac{2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t}}{V} - mV \right) \dot{\psi} = 2C_{\alpha d} \delta \quad \text{Eq 22}$$

$$\sum M = aF_d - bF_t - I_z \ddot{\psi} = 0$$

$$a \left\{ 2C_{\alpha d} \left[ \delta - \left( \frac{\dot{y}}{V} + \frac{a\dot{\psi}}{V} \right) \right] \right\} - b \left\{ 2C_{\alpha t} \left[ - \left( \frac{\dot{y}}{V} - \frac{b\dot{\psi}}{V} \right) \right] \right\} - I_z \ddot{\psi} = 0$$

$$2aC_{\alpha d} \delta - \frac{2aC_{\alpha d}}{V} \dot{y} - \frac{2a^2C_{\alpha d}}{V} \dot{\psi} + \frac{2bC_{\alpha t}}{V} \dot{y} - \frac{2b^2C_{\alpha t}}{V} \dot{\psi} - I_z \ddot{\psi} = 0$$

$$I_z \ddot{\psi} + \left( \frac{2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t}}{V} \right) \dot{y} + \left( \frac{2a^2C_{\alpha d} - 2b^2C_{\alpha t}}{V} \right) \dot{\psi} = 2aC_{\alpha d} \delta \quad \text{Eq 23}$$

Para utilizar as equações de movimento, Eq 22 e 23, e descobrir os ângulos, o sistema de equações foi modificado para modo matricial (Eq 24), de maneira que ele possa ser usado num script em MATLAB.

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{2C_{\alpha d} + 2C_{\alpha t}}{mV}\right) & 0 & -\left(\frac{2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t}}{mV} + V\right) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\left(\frac{(2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t})}{I_z V}\right) & 0 & -\left(\frac{2a^2C_{\alpha d} - 2b^2C_{\alpha t}}{I_z V}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha d}}{m} \\ 0 \\ \frac{2aC_{\alpha d}}{I_z} \end{pmatrix} \{\delta\} \quad \text{Eq 24}$$

## 4.2 Estabilidade do Sistema

O conceito de estabilidade ([1] e [8]) do sistema é de fundamental importância no estudo da dinâmica veicular, pois é ele que vai dizer se o automóvel é seguro para se dirigir em altas velocidades ou não. Para tal análise, a equação característica do sistema usada foi a mesma utilizada por [1];

$$mI_z D^2 + \left[ \frac{m(2a^2C_{\alpha d} - 2b^2C_{\alpha t})}{V} + \frac{I(2C_{\alpha d} + 2C_{\alpha t})}{V} \right] D + \left[ \frac{(2C_{\alpha d} + 2C_{\alpha t})(2a^2C_{\alpha d} - 2b^2C_{\alpha t})}{V^2} - m(2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t}) - \frac{(2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t})^2}{V^2} \right] = 0 \quad \text{Eq 25}$$

Onde para fim de facilitar a visualização;

$$C_0 = 2C_{\alpha d} + 2C_{\alpha t} \quad \text{Eq 26}$$

$$C_1 = 2aC_{\alpha d} - 2bC_{\alpha t} \quad \text{Eq 27}$$

$$C_2 = 2a^2C_{\alpha d} - 2b^2C_{\alpha t} \quad \text{Eq 28}$$

Fazendo com que a Eq 25 tenha a forma;

$$mI_z D^2 + \left[ \frac{mC_2}{V} + \frac{IC_0}{V} \right] D + \left[ \frac{C_0C_2}{V^2} - mC_1 - \frac{C_1^2}{V^2} \right] = 0 \quad \text{Eq 29}$$

Visualizando a Eq 29, percebe-se que a mesma tem a forma de um sistema com apenas 1 grau de liberdade ( $mD^2 + CD + K = 0$ ). Isso se dá pela falta de uma mola física no sistema, fazendo com que a equação característica seja de segunda ordem e não de quarta, o que é normalmente o caso de sistemas de dois graus de liberdade.

### 1. Estabilidade Dinâmica

O conceito de estabilidade dinâmica adotado por [1] requer que o termo C seja sempre positivo, ou seja:

$$\frac{mC_2}{V} + \frac{I_z C_0}{V} > 0 \quad \text{Eq 30}$$

Tendo em vista essa condição, é observado que o sistema vai ser sempre dinamicamente estável, uma vez que os termos  $m$  e  $I_z$  são sempre positivos.

### 2. Estabilidade Estática

Uma vez definido que é impossível o sistema ser dinamicamente instável, se houver instabilidade ela deverá ser por sua vez estática. Adotando o mesmo conceito de estabilidade estática usado por [1], para estabilidade estática o termo que representa o K deve ser também positivo, ou seja:

$$\frac{C_0 C_2}{V^2} - mC_1 - \frac{C_1^2}{V^2} > 0 \quad \text{Eq 31}$$

Sendo assim:

$$C_0 C_2 > C_1^2 + mC_1 V^2 \quad \text{Eq 32}$$

Para servir como base de comparação com a resposta do protótipo MR15, foram utilizados os gráficos da Figura 16, os quais mostram os tipos de respostas que podem se obter das diferentes combinações de estabilidade possíveis.

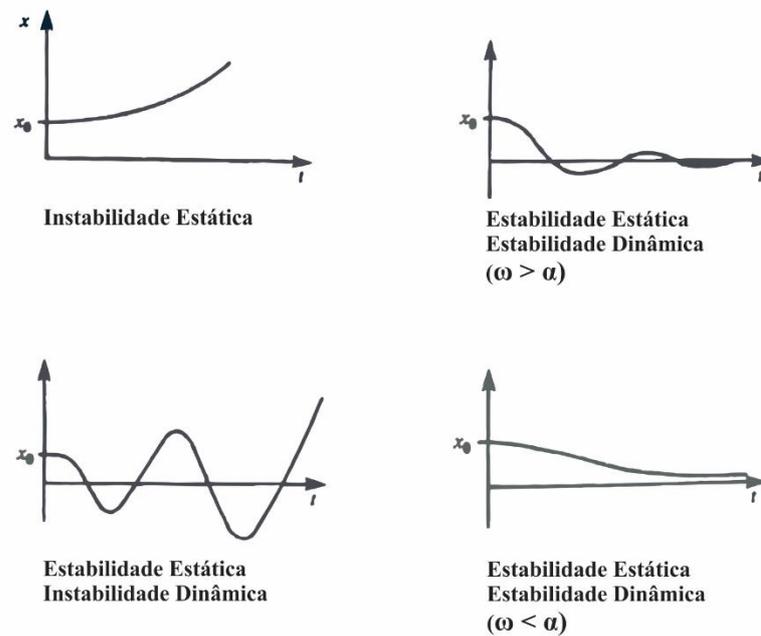


Figura 16 Exemplos de tipos de Instabilidade [1]

### 4.3 – Verificação do Modelo

Após fazer toda a análise usando as equações de movimento e a teoria de estabilidade foi possível fazer um script no MATLAB para calcular a resposta do veículo usado. Para verificar o modelo apresentado, foi feita uma análise com condições de iniciais apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 Dados Iniciais modelo 2 GDL

Dados Iniciais			
Teste do Modelo 2GDL	Velocidade	5 m/s	18 km/h
	Esterçamento	0,1 rad	
Teste Instabilidade	Velocidade	5 m/s	18 km/h
	Velocidade Angular Inicial ( $d\psi/dt$ )	1 rad/s	
	Velocidade Inicial ( $dy/dt$ )	0,1 m/s	

Após testado o modelo com velocidade e esterçamento constantes, pode-se observar os resultados da variação em  $y$  e em  $\psi$  na Figura 17.

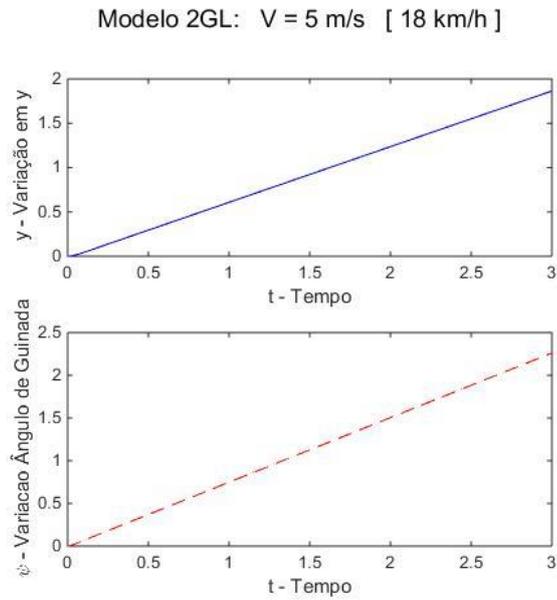


Figura 17 Variação da guinada e  $y$  Vs tempo

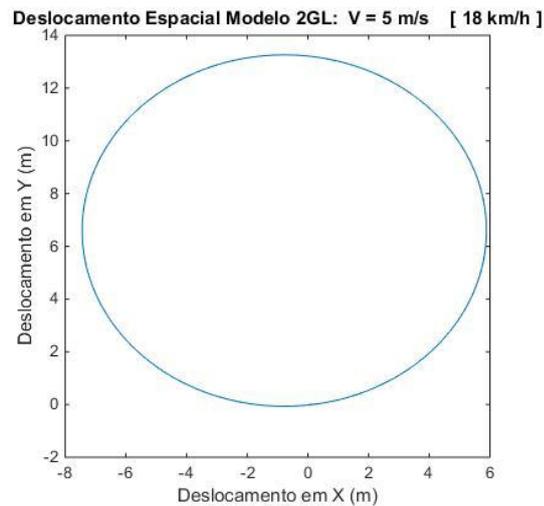


Figura 18 Deslocamento Espacial Modelo 2GDL

O modelo é tido como válido, uma vez que os valores de  $y$  e de  $\psi$  tem mesmo sentido e se mantêm crescente. E como o esterçamento foi tido como constante, a trajetória do centro de massa tem a forma de uma circunferência, como pode ser visto na Figura 18

Para verificar a condição de instabilidade, foram aplicados deslocamentos iniciais conforme a Tabela 2, nenhum esterçamento foi aplicado, gerando assim a Figura 19.

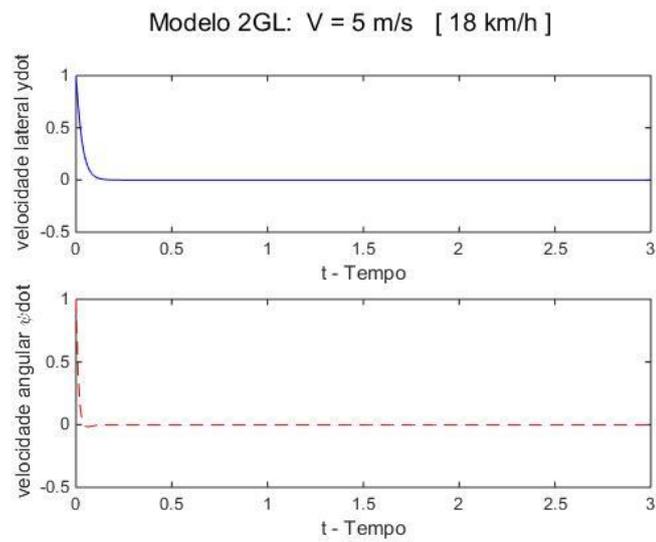


Figura 19 Instabilidade Modelo 2GDL

Comparando a Figura 16 com o resultado encontrado na Figura 19, conclui-se que o protótipo MR15 é tanto dinamicamente quanto estaticamente estável, o que oferece um maior controle para o piloto.

## Capítulo 5 – Influência da Suspensão

Após concluir um modelo 2D da dinâmica lateral, e conseguir prever características simples do veículo, outros parâmetros que influenciam os resultados, como a transferência de carga, precisam ser calculados. Dois dos parâmetros a serem aplicados são o movimento de “*Bump*”, quando uma das rodas se eleva ao passar por algum obstáculo, provocando um movimento de arfagem, e “*Heave*” que é um movimento vertical da massa suspensa sem o movimento de rolagem ou o movimento de arfagem. Para conseguir simular esses parâmetros um modelo com 7 graus de liberdade, foi criado. Ao final do capítulo serão analisadas as reações dos pneus, que, conforme visto anteriormente pela Eq 2 tem influência na dinâmica lateral. Os dados de entrada podem ser encontrados na Tabela 3.

Tabela 3 Parâmetros Baja 7 GDL

Parâmetros Baja SAE Mudrunner MR 15					
	Parâmetro		Símbolo	Valor	Unidade
1	Entre Eixos		L	1,283	[m]
2	Bitola Dianteira	d	$T_d$	1,405	[m]
3	Bitola Traseira	e	$T_t$	1,285	[m]
4	Massa Total		M	299,2	[Kg]
5	CG em relação ao Eixo Dianteiro		a	717,4	[m]
6	Altura do CG		$H_{CG}$	0,54	[m]
7	Momento de Inercia em X		$I_x$	89,6	[kg.m <sup>2</sup> ]
8	Momento de Inercia em Y		$I_y$	66,86	[kg.m <sup>2</sup> ]
Suspensão					
1	Massa não suspensa dianteira lado direito	dd	$m_{dd}$	17,7	[kg]
2	Massa não suspensa dianteira lado esquerdo	de	$m_{de}$	17,7	[kg]
3	Massa não suspensa traseira lado direito	td	$m_{td}$	22	[kg]
4	Massa não suspensa traseira lado esquerdo	te	$m_{te}$	22	[kg]
5	Constante de Amortecimento Dianteira	d	$C_d$	300	[N.s/m]
6	Constante de Amortecimento Traseira	t	$C_t$	300	[N.s/m]
7	Constante Elástica Dianteira	d	$K_d$	19380	[N/m]
8	Constante Elástica Traseira	t	$K_t$	19380	[N/m]
Dados do Pneu					
1	Constante de Amortecimento Dianteira	d	$C_{pd}$	3290	[N.s/m]
2	Constante de Amortecimento Traseira	t	$C_{pt}$	3290	[N.s/m]
3	Constante Elástica Dianteira	d	$K_{pd}$	69940	[N/m]
4	Constante Elástica Traseira	t	$K_{pt}$	69940	[N/m]

As constantes elástica e de amortecimento dos amortecedores-mola e dos pneus utilizadas, foram as mesmas utilizadas por [9], as quais foram retiradas experimentalmente.

### 5.1 – Equações de Movimento Dinâmica Vertical 7 GDL.

Para fazer a análise da transferência de carga e descobrir as reações dos pneus, foi realizado um modelo com 7 graus de liberdade (Deslocamento da massa suspensa em  $Z$ , rotação da massa suspensa em  $\theta$ , rotação da massa suspensa em  $\phi$ , e o deslocamento de cada uma das quatro rodas em  $Z$ ), como é apresentado pela Figura 20.

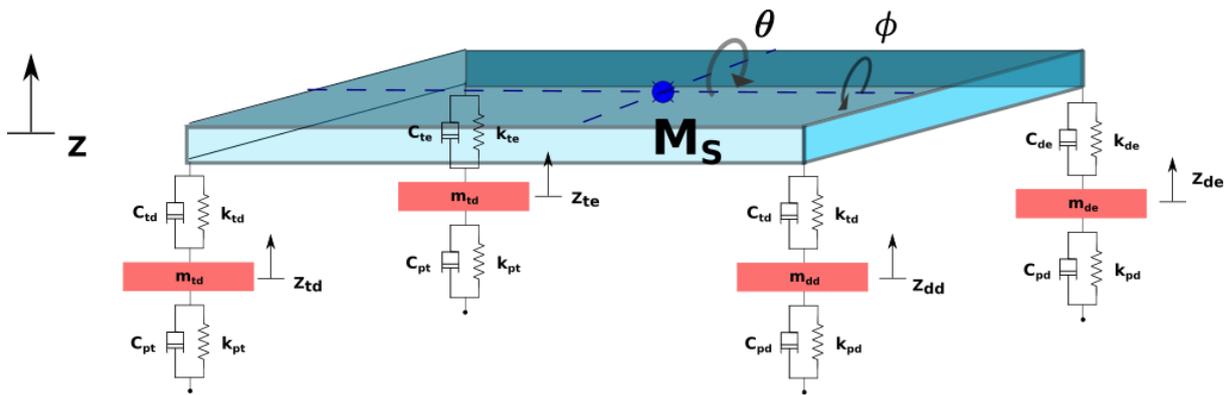


Figura 20 Modelo com 7 Graus de Liberdade

Os deslocamentos das massas não suspensas, referentes a posição das rodas, são equivalentes ao somatório do deslocamento da massa suspensa,  $z$ , mais o deslocamento provocado pelos ângulos  $\theta$  (movimento de arfagem) e  $\phi$  (movimento de rolamento), como mostrado nas equações de deslocamento, Eq 33, Eq 34, Eq 35 e Eq 36.

$$z_{dd} = z - a\theta + l_a\phi \quad \text{Eq 33}$$

$$z_{de} = z - a\theta - l_e\phi \quad \text{Eq 34}$$

$$z_{td} = z + b\theta + l_a\phi \quad \text{Eq 35}$$

$$z_{te} = z + b\theta - l_e\phi \quad \text{Eq 36}$$

Onde:

$dd \rightarrow$  Dianteira lado direito;

$de \rightarrow$  Dianteira lado esquerdo;

$td \rightarrow$  Traseira lado direito;

$te \rightarrow$  Traseira lado esquerdo.

Ao desenvolver o modelo, o próximo passo foi estabelecer as 7 equações de movimento através dos diagramas de corpo livre (Figura 21 e Figura 22), para caracterizar o movimento do automóvel. Por conveniência, na Figura 22,  $i$ , significa a posição das rodas.

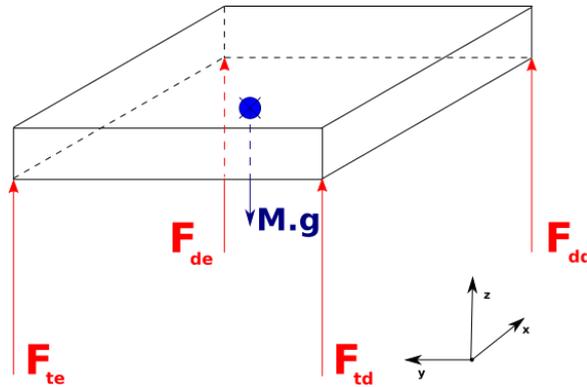


Figura 21 DCL Massa Suspensa

$$\ddot{z} = \frac{1}{M_s} [(-C_d - C_d - C_t - C_t)\dot{z} + (C_d a + C_d a - C_t b - C_t b)\dot{\theta} + (-C_d l_d + C_d l_e - C_t l_d - C_t l_e)\dot{\phi} + C_d \dot{z}_{dd} + C_d \dot{z}_{de} + C_t \dot{z}_{td} + C_t \dot{z}_{te} + (-K_d - K_d - K_t - K_t)z + (K_d a + K_d a - K_t b - K_t b)\theta + (-K_d l_d + K_d l_e - K_t l_d - K_t l_e)\phi + K_d z_{dd} + K_d z_{de} + K_t z_{td} + K_t z_{te} - Mg] \quad \text{Eq 37}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} [(C_d a + C_d a - C_t b - C_t b)\dot{z} + (-C_d a^2 - C_d a^2 - C_t b^2 - C_t b^2)\dot{\theta} + (C_d l_d a - C_d l_e a - C_t l_d b + C_t l_e b)\dot{\phi} - C_d a \dot{z}_{dd} - C_d a \dot{z}_{de} + C_t a \dot{z}_{td} + C_t a \dot{z}_{te} + (K_d a + K_d a - K_t b - K_t b)z + (-K_d a^2 - K_d a^2 - K_t b^2 - K_t b^2)\theta + (K_d l_d a - K_d l_e a - K_t l_d b + K_t l_e b)\phi - K_d a z_{dd} - K_d a z_{de} + K_t a z_{td} + K_t a z_{te}] \quad \text{Eq 38}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} = & \frac{1}{I_x} [(-C_d l_d + C_d l_e - C_t l_d + C_t l_e) \dot{z} + (C_d l_d a - C_d l_e a - C_t l_d b + C_t l_e b) \dot{\theta} + \\
& (-C_d a^2 - C_d a^2 - C_t b^2 - C_t b^2) \dot{\phi} + C_d l_d \dot{z}_{dd} - C_d l_e \dot{z}_{de} + C_t l_d \dot{z}_{td} + C_t l_e \dot{z}_{te} + \\
& (-K_d l_d + K_d l_e - K_t l_d + K_t l_e) z + (K_d l_d a - K_d l_e a - K_t l_d b + K_t l_e b) \theta + (-K_d a^2 - \\
& K_d a^2 - K_t b^2 - K_t b^2) \phi + K_d l_d z_{dd} - K_d l_e z_{de} + K_t l_d z_{td} + K_t l_e z_{te}]
\end{aligned} \tag{Eq 39}$$

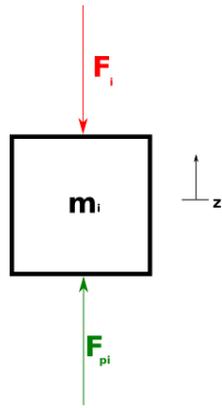


Figura 22 DCL Massa Não Suspensa

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{dd} = & \frac{1}{m_{dd}} \cdot \left[ +C_d \cdot \dot{z} - C_d \cdot a \cdot \dot{\theta} + C_d \cdot l_d \cdot \dot{\phi} + (-C_d \dot{-} C_{pd}) \cdot \dot{z}_{dd} + K_d \cdot z - K_d \cdot a \cdot \theta + \right. \\
& \left. K_d \cdot l_d \cdot \phi + (-K_d \dot{-} K_{pd}) \cdot z_{dd} - m_{dd} \cdot g \right]
\end{aligned} \tag{Eq 40}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{de} = & \frac{1}{m_{de}} \cdot \left[ +C_d \cdot \dot{z} - C_d \cdot a \cdot \dot{\theta} - C_d \cdot l_d \cdot \dot{\phi} + (-C_d \dot{-} C_{pd}) \cdot \dot{z}_{de} + K_d \cdot z - K_d \cdot a \cdot \theta - \right. \\
& \left. K_d \cdot l_d \cdot \phi + (-K_d \dot{-} K_{pd}) \cdot z_{de} - m_{de} \cdot g \right]
\end{aligned} \tag{Eq 41}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{td} = & \frac{1}{m_{td}} \cdot \left[ +C_t \cdot \dot{z} + C_t \cdot b \cdot \dot{\theta} + C_t \cdot l_d \cdot \dot{\phi} + (-C_t \dot{-} C_{pt}) \cdot \dot{z}_{td} + K_t \cdot z + K_t \cdot b \cdot \theta + K_t \cdot \right. \\
& \left. l_d \cdot \phi + (-K_t \dot{-} K_{pt}) \cdot z_{td} - m_{td} \cdot g \right]
\end{aligned} \tag{Eq 42}$$

$$\ddot{z}_{te} = \frac{1}{m_{te}} \cdot \left[ +C_t \cdot \dot{z} + C_t \cdot b \cdot \dot{\theta} - C_t \cdot l_e \cdot \dot{\phi} + (-C_t - C_{pt}) \cdot \dot{z}_{te} + K_t \cdot z + K_t \cdot b \cdot \theta - K_t \cdot l_e \cdot \phi + (-K_t - K_{pt}) \cdot z_{te} - m_{te} \cdot g \right] \quad \text{Eq 43}$$

## 5.2 – Reações dos Pneus

Após desenvolvidas as equações do movimento, as reações verticais dos pneus podem ser facilmente encontradas a partir das equações 44, 45, 46 e 47, uma vez que os deslocamentos e velocidades de cada roda são encontradas.

$$F_{Vdd} = K_d \cdot z_{dd} + C_d \dot{z}_{dd} \quad \text{Eq 44}$$

$$F_{Vde} = K_d \cdot z_{de} + C_d \dot{z}_{de} \quad \text{Eq 45}$$

$$F_{Vtd} = K_d \cdot z_{td} + C_d \dot{z}_{td} \quad \text{Eq 46}$$

$$F_{Vte} = K_d \cdot z_{te} + C_d \dot{z}_{te} \quad \text{Eq 47}$$

## 5.3 – Teste do Modelo Vertical

Após definidas as equações de movimento com 7 graus de liberdade, o modelo foi testado sem nenhum forçamento, apenas com o próprio peso, resultando nos gráficos abaixo (Figuras 23, 24, 25, 26, 27 e 28)

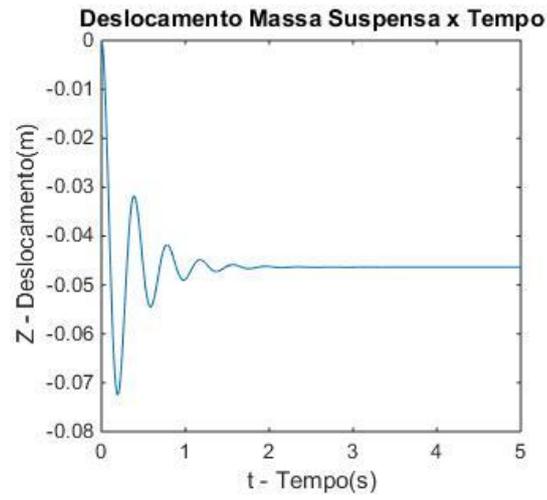


Figura 23 Deslocamento da Massa Suspensa

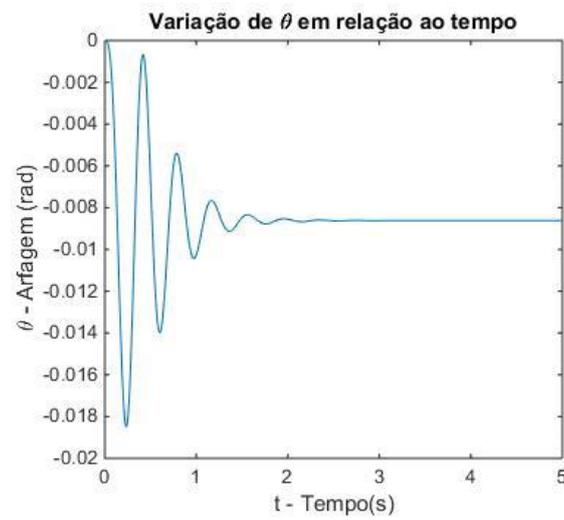


Figura 24 Variação da arfagem com o tempo



Figura 25 Variação do rolamento com o tempo

Uma vez que não há forçamento do vertical no modelo, além do peso do veículo, este apresenta um movimento inicial transiente e, em seguida se estabiliza na sua condição de equilíbrio estático. Percebe-se que o modelo condiz com a realidade uma vez que não há rolamento, logo o gráfico de rolamento, Figura 25, se mantém estável em zero. Como o protótipo MR15 apresenta uma maior concentração de seu peso na traseira, o veículo apresenta um ângulo de arfagem negativo em sua condição equilíbrio estático, Figura 24.

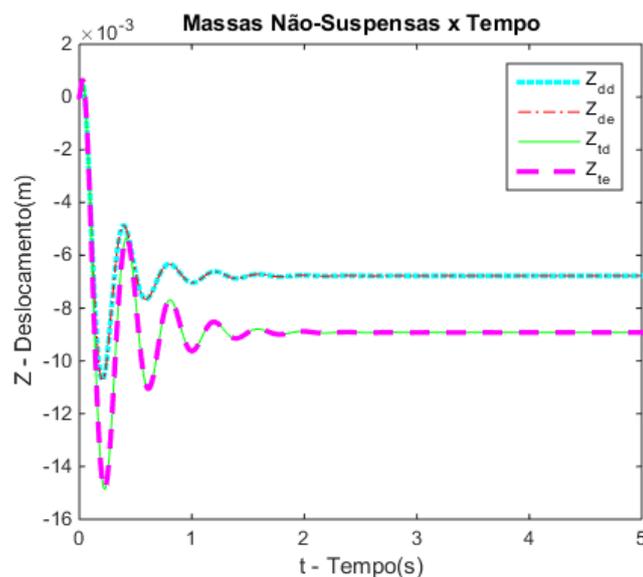


Figura 26 Deslocamento das Massas Não Suspensas com o Tempo

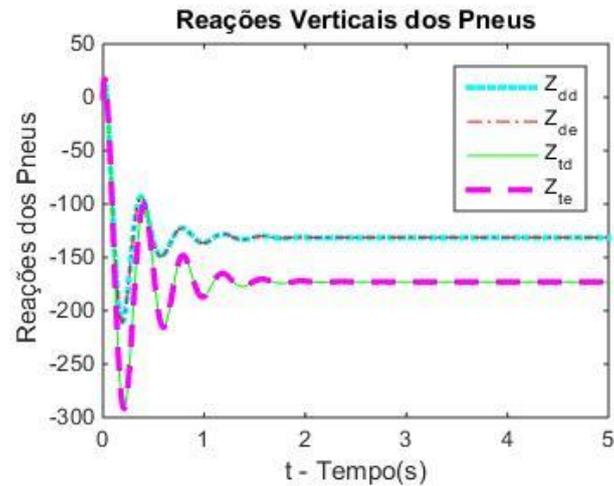


Figura 27 Reações dos Pneus

Percebe-se também, que tanto os deslocamentos quanto as reações nas rodas traseiras são maiores do que as dianteiras, e como o veículo é simétrico, os deslocamentos e reações das rodas do lado direito são iguais às do lado esquerdo, e por isso só é possível ver duas curvas nas figuras 26 e 27, contudo, é possível visualizar os deslocamentos de igual magnitude na figura 28.

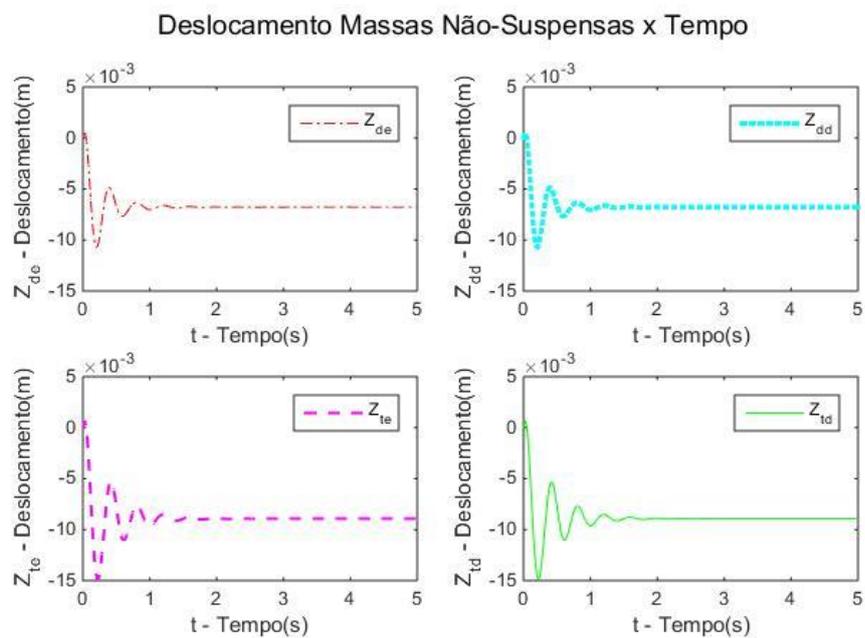


Figura 28 Deslocamento massas não suspensas separadas

Tanto os deslocamentos quanto as reações nas rodas traseiras são maiores do que as dianteiras, e como o veículo é simétrico, os deslocamentos e reações das rodas do lado direito são iguais às do lado esquerdo, figuras 25, 26 e 27.

## Capítulo 6 – Acoplamento dos Modelos

Uma vez formulados os modelos vertical, 7 GDL, e o lateral, 2GDL, a etapa mais importante do projeto deve ser definida, o acoplamento entre os dois modelos, gerando assim um modelo com 9GDL. O acoplamento vem a partir da influência do ângulo de rolagem  $\phi$ , que provoca a transferência de carga da roda interna para a roda externa durante uma manobra de curva. Durante o capítulo que segue, será definida a influência da rolagem, e a condição de tombamento do veículo. O modelo então será testado de com diferentes condições de esterçamento, e uma avaliação dos resultados será feita. Os dados utilizados durante os cálculos são os mesmos apresentados na Tabela 3, acrescidos dos dados apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 Parâmetros Dinâmica Lateral MR15

Parâmetros Baja SAE Mudrunner MR 15					
	Parâmetro	Símbolo		Valor	Unidade
9	Momento de Inercia em Z		$I_z$	58,14	[Kg.m <sup>2</sup> ]
<b>Dados do Pneu</b>					
5	Cornering Coefficient na Dianteira	d	$C_{Sd}$	11,76	[/rad]
6	Cornering Coefficient na Traseira	t	$C_{St}$	10,02	[/rad]

### 6.1 – Influência da Rolagem

Uma das características mais importantes na dinâmica lateral, é a transferência de carga que acontece durante uma manobra de curva. Essa transferência de carga acontece graças a aceleração centrífuga, que ao atuar no centro de massa do veículo faz com que ele “role”, e haja uma transferência de força normal, entre as rodas internas ( $F_{Vin}$ ) a curvatura para as rodas externas ( $F_{Vex}$ ), como se pode observar na Figura 29.

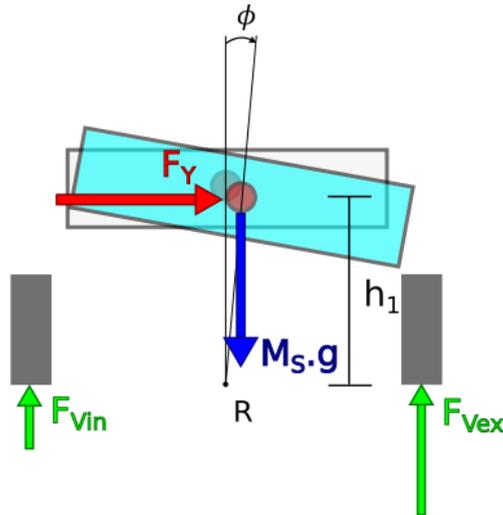


Figura 29 Transferência de Carga

Para se calcular o quanto o carro rola, é necessária uma análise mais detalhada das forças atuantes no centro de massa no modelo de transferência de carga Figura 29. Sabendo que  $h_1 = H_{CG} - z$ , ou seja a altura do centro de massa,  $H_{CG}$ , menos o movimento no eixo  $z$  calculado através da equação de movimento, a função de forçamento é dada por;

$$M(\phi) = -M_s \cdot A_y \cdot h_1 \cdot \cos(\phi) - M_s \cdot g \cdot h_1 \cdot \sin(\phi) \quad \text{Eq 48}$$

Onde a primeira parte da equação é a parcela do momento gerado pela força lateral  $F_Y$ , e a segunda parte é a parcela do momento gerado pelo próprio peso do automóvel. O forçamento gerado pela força centrífuga será somado na Eq 39, ficando igual à:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = \frac{1}{I_X} [ & (-C_d l_d + C_d l_e - C_t l_d + C_t l_e) \dot{z} + (C_d l_d a - C_d l_e a - C_t l_d b + C_t l_e b) \dot{\theta} \\ & + (-C_d a^2 - C_d a^2 - C_t b^2 - C_t b^2) \phi + C_d l_d \dot{z}_{ad} - C_d l_e \dot{z}_{de} + C_t l_d \dot{z}_{td} + C_t l_e \dot{z}_{te} \\ & + (-K_d l_d + K_d l_e - K_t l_d + K_t l_e) z + (K_d l_d a - K_d l_e a - K_t l_d b + K_t l_e b) \theta \\ & + (-K_d a^2 - K_d a^2 - K_t b^2 - K_t b^2) \phi + K_d l_d z_{ad} - K_d l_e z_{de} + K_t l_d z_{td} + K_t l_e z_{te} \\ & - M_s \cdot A_y \cdot h_1 \cdot \cos(\phi) - M_s \cdot g \cdot h_1 \cdot \sin(\phi) ] \end{aligned}$$

## 6.2 – Condição de Tombamento

Tendo definido o modelo do automóvel em 9 graus de liberdade, uma condição importante, a condição de *tombamento*, deve ser feita para se ter uma melhor compreensão dos resultados. Tal condição tem como objetivo analisar a máxima aceleração lateral  $F_{Ymax}$ , na qual a roda interna a curvatura perde contato com o solo. Para definir tal condição um modelo rígido, como o adotado por [1] e [3], onde as deflexões da suspensão e dos pneus são desconsideradas, foi utilizado (Figura 30).

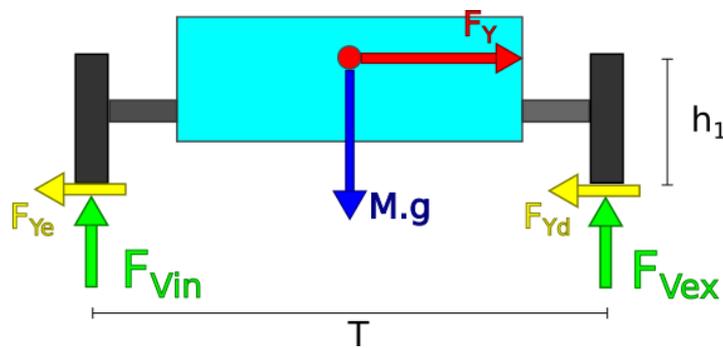


Figura 30 Modelo de Tombamento

De acordo com a Segunda Lei de Newton:

$$\sum M = \frac{1}{2} \cdot F_{Vin} \cdot T - \frac{1}{2} \cdot F_{Vex} \cdot T - (F_{Ye} + F_{Yd}) \cdot h_1 = 0$$

$$\frac{1}{2} (F_{Vin} - F_{Vex}) \cdot T = (F_{Ye} + F_{Yd}) \cdot H = M \cdot A_Y \cdot h_1$$

$$F_T = \frac{F_{Vin} - F_{Vex}}{2} = \frac{M \cdot A_Y \cdot h_1}{T} \quad \text{Eq 49}$$

Aplicando agora a condição de *tombamento* onde as rodas internas perdem contato com o solo, ou seja,  $F_{Vin} = 0$ , e  $F_{Vex} = M \cdot g$ , temos:

$$A_{Ymax} = \frac{g \cdot T}{2 \cdot h_1} \quad \text{Eq 50}$$

Tendo em vista que a bitola (T) é diretamente proporcional a  $A_Y$ , a bitola a ser usada será sempre a de menor comprimento, bitola dianteira ( $T_d$ ) ou bitola traseira ( $T_t$ ).

### 6.3 – Verificação do Modelo

Para se verificar o modelo, foram utilizados os dados iniciais conforme a tabela 5.

Tabela 5 Tabela Dados Iniciais Modelo 9GDL

Dados Iniciais		
Velocidade	5 m/s	18 km/h
Esterçamento	0,1 rad	

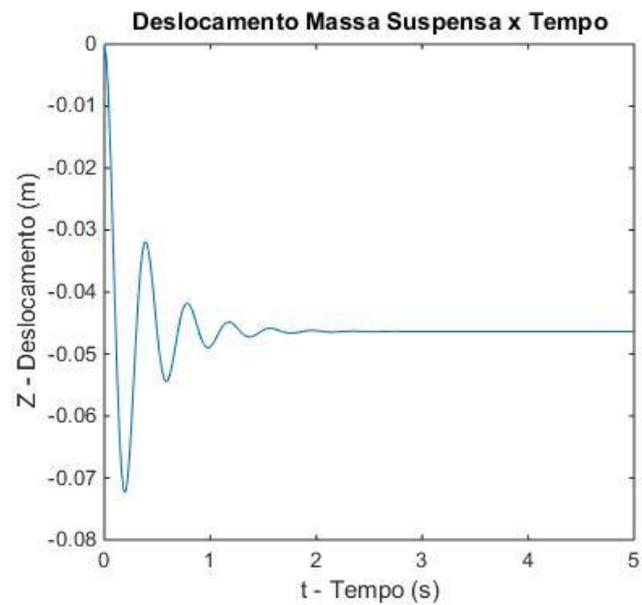


Figura 31 Deslocamento da Massa Suspensa Vs Tempo

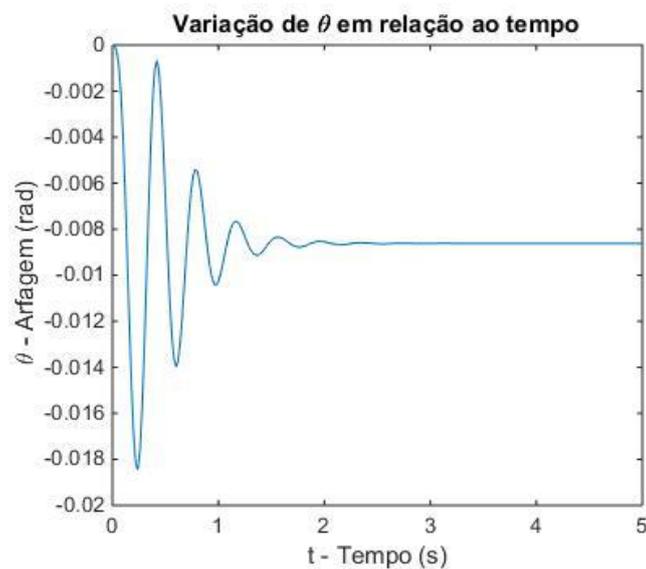


Figura 32 Variação da Arfagem Vs Tempo

De acordo com as figuras 31 e 32, pode-se observar que não há nenhuma perturbação proveniente da pista, o modelo se estabiliza em sua condição estática, da mesma forma que o modelo de 7 graus de liberdade.



Figura 33 Varição da Rolagem Vs Tempo

Como há um esterçamento constante para a esquerda, o veículo tende a “rolar” para a direita, ou seja, um rolamento negativo, no qual se estabiliza após 2 segundos e 13 milésimos, ao atingir equilíbrio dinâmico em -0,0119 rad.

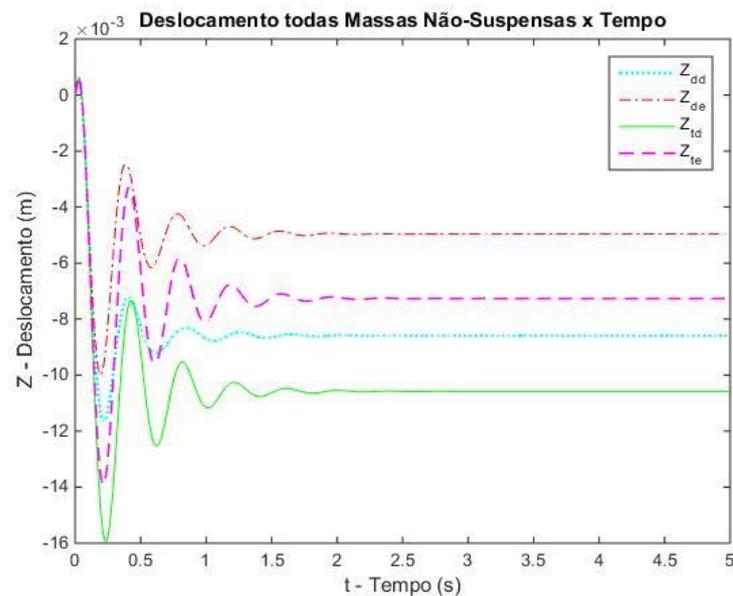


Figura 34 Deslocamento das Massas Não suspensas Vs Tempo

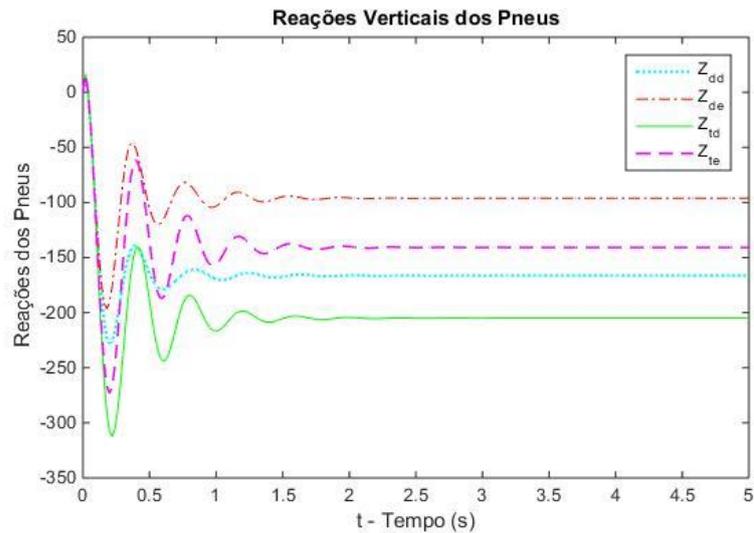


Figura 35 Reações dos Pneus

Por sofrer um rolamento negativo, as rodas externas à curvatura têm um deslocamento maior do que as internas (figura 34), e conseqüentemente as reações dos pneus externos são maiores do que as dos internos. Com a análise da resposta do modelo comprova-se então sua coerência.

Tabela 6 Resposta deslocamentos massa suspensa

Massa Não-Suspensa	Equilíbrio Estático [m]	Tempo [s]
$Z_{dd}$	-0,0086	1,71
$Z_{de}$	-0,0050	1,68
$Z_{td}$	-0,0106	2,08
$Z_{te}$	-0,0073	2,42

## Deslocamento Espacial Modelo 9GL - V = 5 m/s

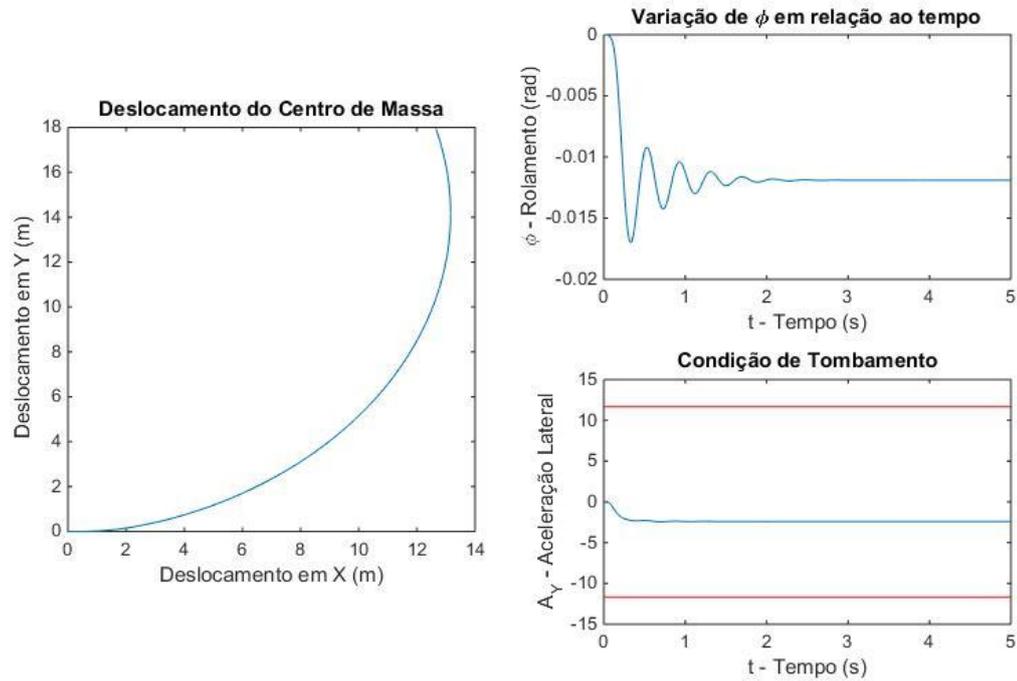


Figura 36 Deslocamento Espacial do Protótipo MR15

É possível ver com maior clareza o comportamento do protótipo MR15 a partir da figura 36, em que, ao fazer uma curva constante para esquerda conforme os dados iniciais, o automóvel tem um rolamento negativo o que é esperado. Aplicando a condição de tombamento, é encontrado uma aceleração lateral máxima ( $A_{Ymax}$ ), de 11,67 m/s<sup>2</sup>, porém, como a aceleração máxima atingida pelo protótipo é de 2,39 m/s<sup>2</sup> o veículo não irá tombar.

## Capítulo 7 – Avaliação dos Resultados

Nesse sétimo capítulo o modelo apresentado no capítulo 6 será avaliado diante um esterçamento senoidal, e três velocidades distintas. Tais testes tem como finalidade saber até onde o modelo pode ser usado apresentando respostas confiáveis.

### 7.1 – Input de Esterçamento

Como mencionado anteriormente, uma entrada senoidal será usada durante a simulação, proporcionando uma variação suave de esterçamento, como se pode observar na Figura 37.

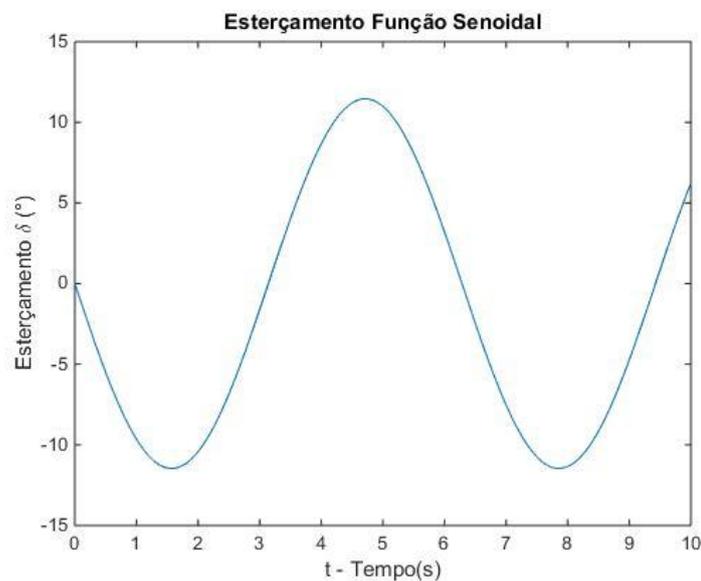


Figura 37 Função Senoidal

### 7.2 – Resposta Senoidal

Conforme dito anteriormente, o modelo com 9GDL foi testado em 3 diferentes velocidades diante de um forçamento senoidal do tipo  $\delta = A \cdot \text{sen}(t)$ . Os parâmetros de teste podem ser encontrados na tabela 7.

Tabela 7 Dados de Simulação

<b>Dados Iniciais</b>		
<b>Velocidades</b>		
<b>1</b>	5 m/s	18 km/h
<b>2</b>	10 m/s	36 km/h
<b>3</b>	15 m/s	54 km/h
<b>Amplitude do Esterçamento</b>		
<b>1</b>	0,1 rad	

## 7.2.1 – Reposta 5 m/s

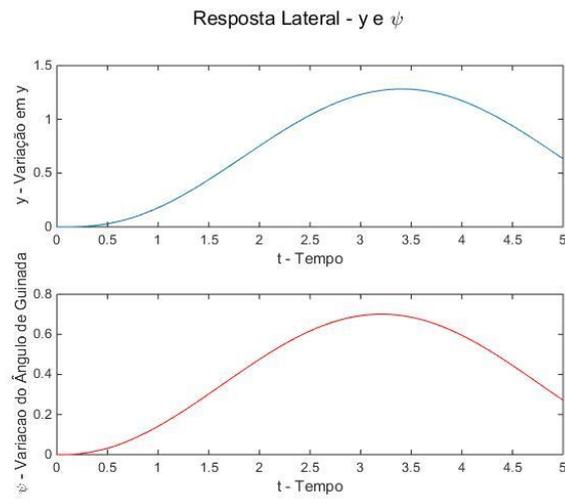


Figura 38 Variação Lateral - 5m/s

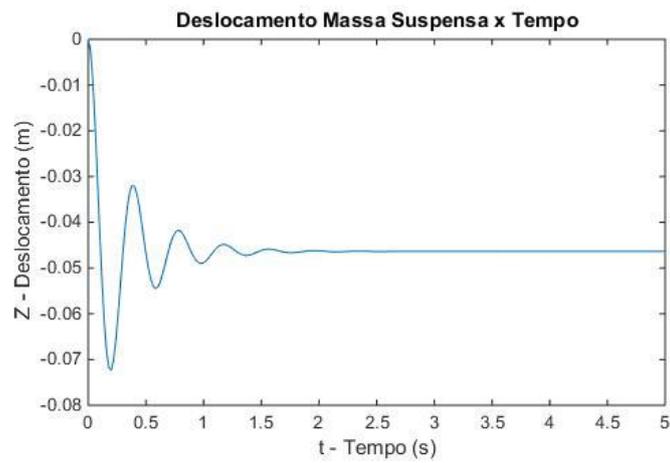


Figura 39 Deslocamento Vertical da Massa Suspensa Vs Tempo – 5m/s

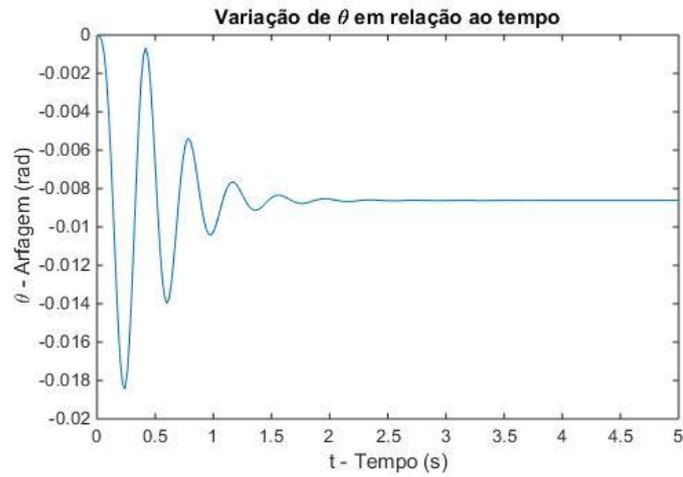


Figura 40 Variação da Arfagem Vs Tempo - 5m/s

Como pode ser observado na Figura 39 e Figura 40, apesar de se ter uma entrada senoidal, o modelo se estabiliza, tanto em  $z$  quanto em  $\theta$ , em sua condição de equilíbrio estático assim como no modelo vertical, por não haver nenhum forçamento, além do peso do veículo.

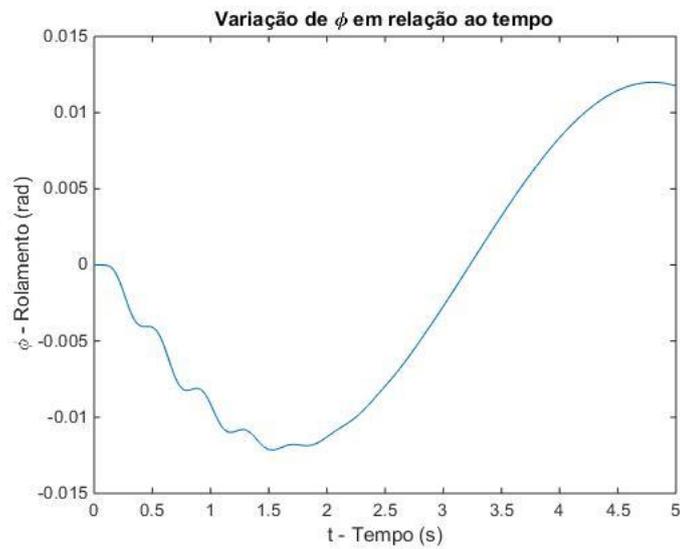


Figura 41 Variação do Rolamento Vs Tempo - 5m/s

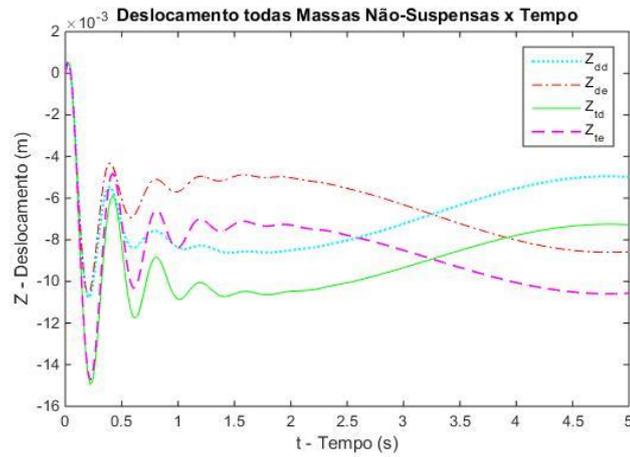


Figura 42 Deslocamento das Massas Não-Suspensas Vs Tempo - 5m/s

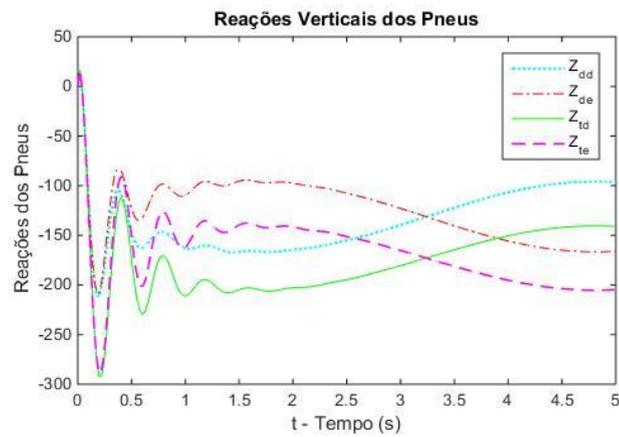


Figura 43 Reações dos Pneus Vs Tempo - 5m/s

Entretanto, ao observar a Figura 41, Figura 42 e Figura 43, verifica-se que a entrada senoidal, faz com que o veículo apresente um rolamento também senoidal e tanto os deslocamentos dos pneus, quanto suas reações também sejam senoidais.

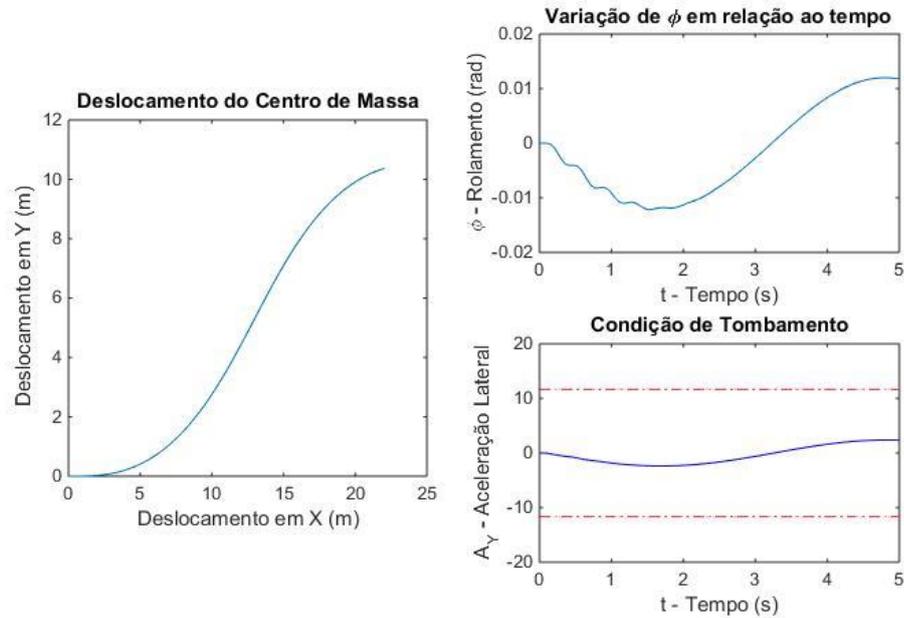
Deslocamento Espacial Modelo 9GL -  $V = 5 \text{ m/s}$ 

Figura 44 Deslocamento Espacial - 5 m/s

É possível confirmar tal respostas ao analisar o deslocamento espacial do protótipo MR15, que inicia fazendo uma curva para a esquerda de acordo com os dados iniciais, gerando um rolamento negativo como esperado. Como a aceleração máxima atingida pelo protótipo ( $2,38 \text{ m/s}^2$ ) é menor que a aceleração máxima de tombamento ( $11,67 \text{ m/s}^2$ ), o veículo não irá tombar.

## 7.2.2 – Reposta 10 m/s

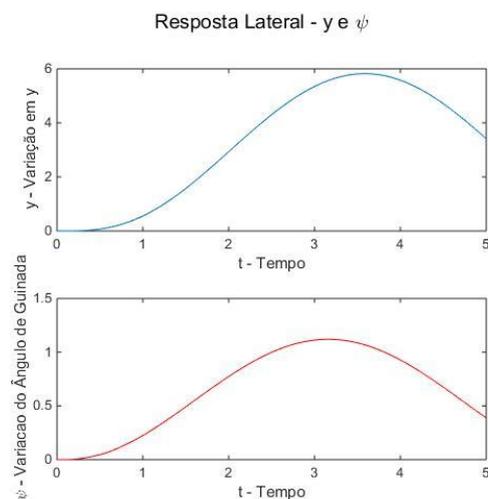


Figura 45 Variação Lateral - 10m/s

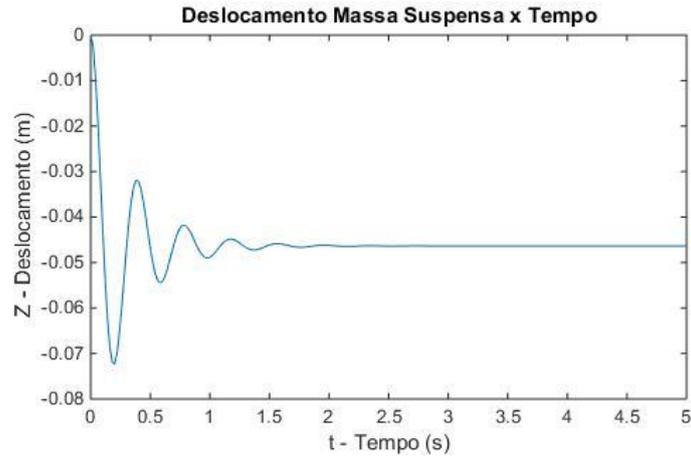


Figura 46 Resposta da Massa Suspensa - 10m/s

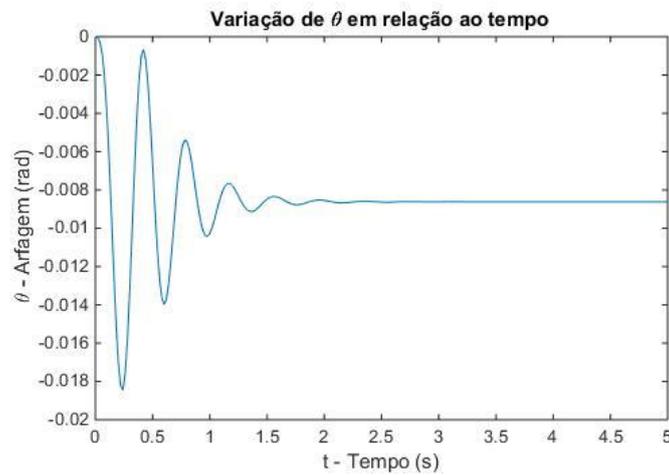


Figura 47 Variação da Arfagem Vs Tempo - 10m/s

A resposta da massa suspensa e a variação da arfagem apresentada pelo modelo de 9 graus de liberdade à 10 m/s é similar à 5 m/s, contudo os valores da resposta lateral são consideravelmente maiores uma vez que o veículo percorre um maior espaço por tempo para um mesmo esterçamento, reagindo como esperado.



Figura 48 Variação do Rolamento Vs Tempo - 10m/s

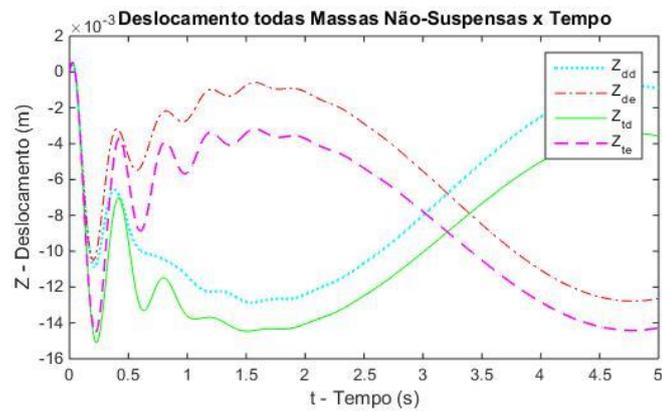


Figura 49 Deslocamento das Massas Não-Suspensas Vs Tempo 10m/s

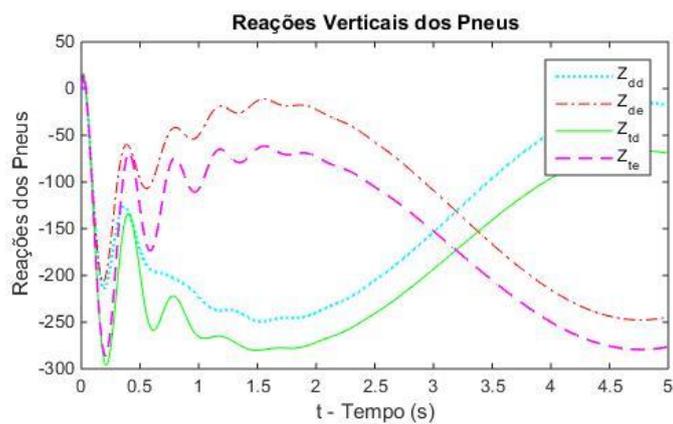


Figura 50 Reações dos Pneus - 10m/s

Em contrapartida, as respostas da variação do ângulo de rolamento, e tanto os deslocamentos das massas não suspensas quanto as reações nos pneus são superiores, já que a velocidade longitudinal é maior, conseqüentemente a aceleração lateral também.

## Deslocamento Espacial Modelo 9GL - V = 10 m/s

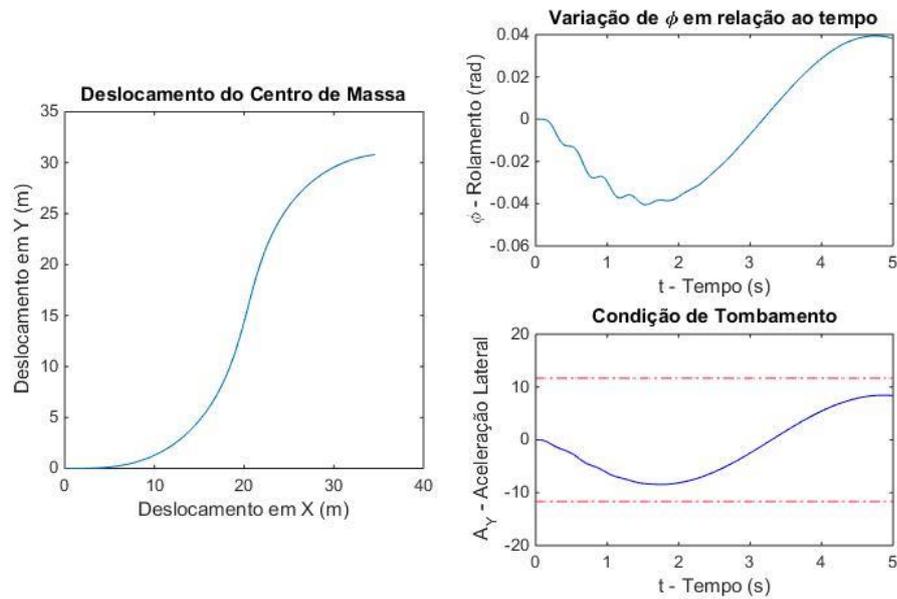


Figura 51 Deslocamento Espacial - 10 m/s

Ao analisar o deslocamento espacial do protótipo MR15 à 10 m/s, é possível verificar coerência nos resultados, uma vez que o raio de curvatura atingido pelo veículo é maior do que o atingido à 5 m/s. A aceleração máxima atingida pelo automóvel continua sendo menor do que a aceleração máxima de tombamento, portanto o modelo continua sendo válido.

## 7.2.3 – Reposta 15 m/s

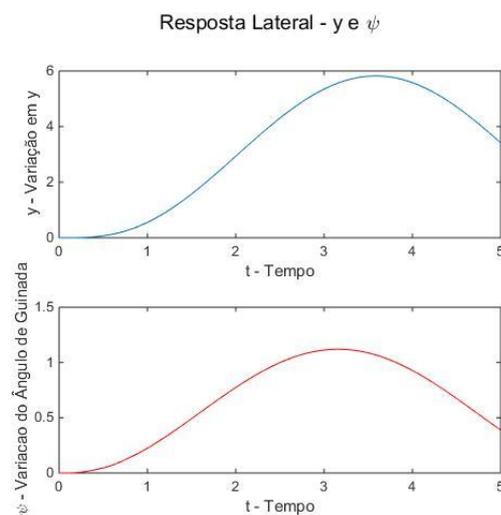


Figura 52 Variação Lateral - 15 m/s

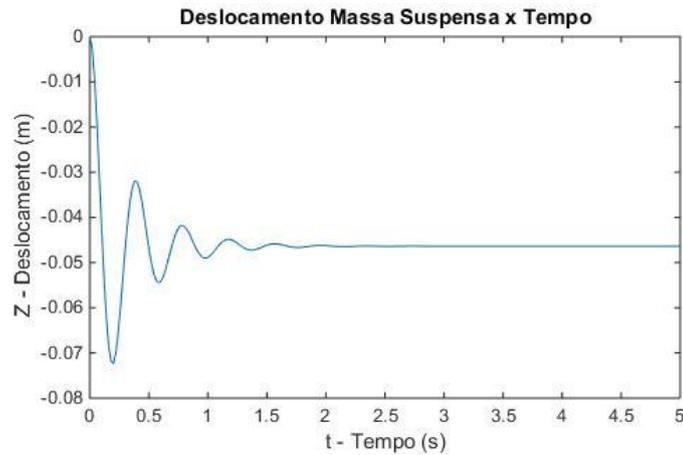


Figura 53 Resposta da Massa Suspensa - 15 m/s

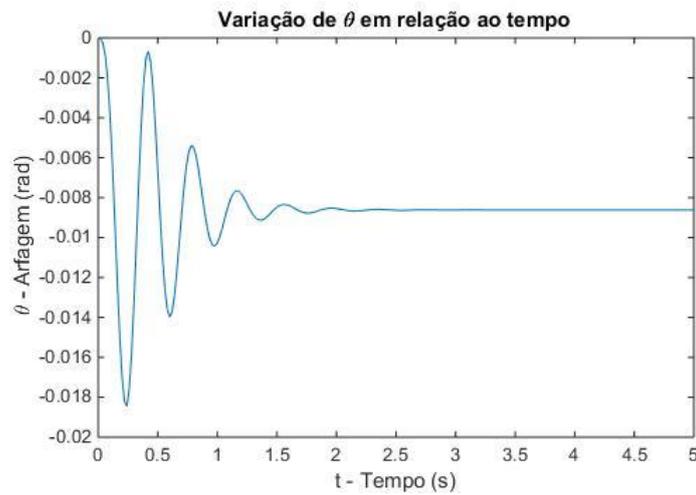


Figura 54 Variação da Arfagem Vs Tempo - 15 m/s

Da mesma forma que as análises anteriores em 5 e 10 m/s a resposta da massa suspensa e a variação da arfagem apresentada pelo modelo de 9 graus de liberdade se estabiliza em sua condição estática e os valores da resposta lateral são consideravelmente maiores uma vez que o veículo está em uma velocidade mais alta.



Figura 55 Variação do Rolamento Vs Tempo - 15 m/s

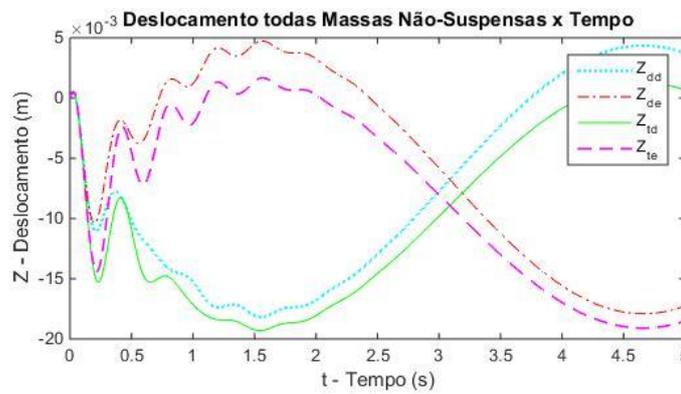


Figura 56 Deslocamento das Massas Não-Suspensas Vs Tempo - 15 m/s

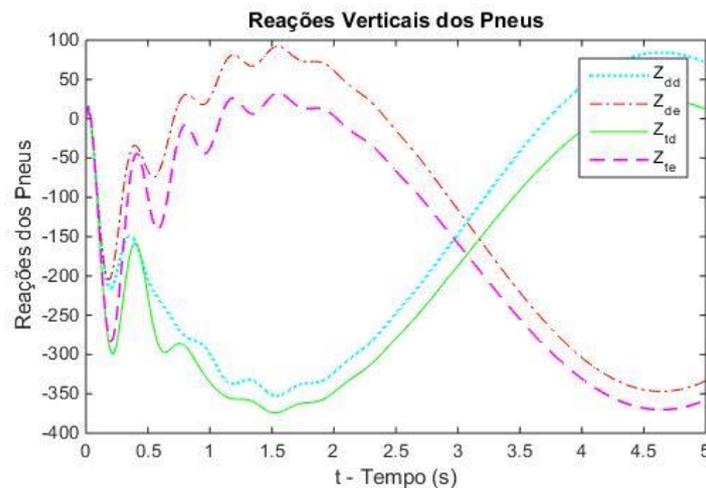


Figura 57 Reações dos Pneus – 15 m/s

A resposta da variação do ângulo de rolamento é maior comparada com as respostas à 5 e 10 m/s, como previsto. Contudo, ao analisar as respostas obtidas nos deslocamentos das

massas não suspensas e nas reações (Figura 56 e Figura 57) são obtidos valores fora do esperado, pois em as rodas internas à curva alcançam valores positivos, os quais podem ser representados como um tombamento do protótipo. Tal resultado pode ser confirmado com a Figura 58, onde a aceleração máxima obtida pelo protótipo,  $16,59 \text{ m/s}^2$ , é superior da aceleração máxima de tombamento,  $11,67 \text{ m/s}^2$ .

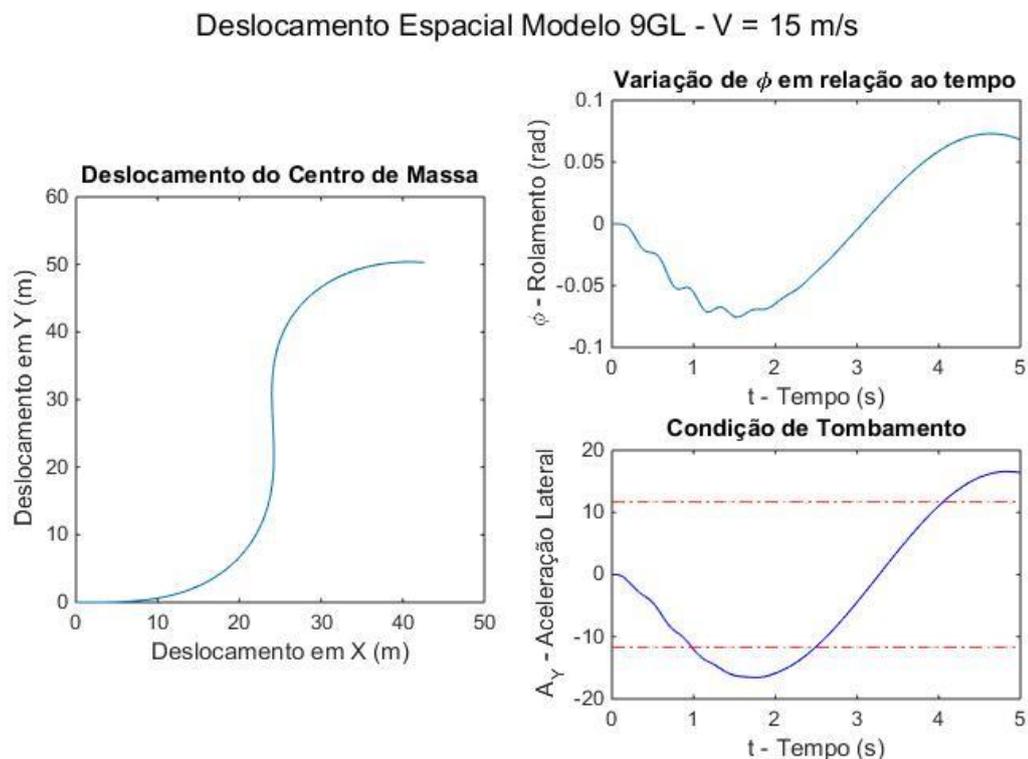


Figura 58 Deslocamento Espacial - 15 m/s

### 7.3 – Análise dos Resultados Obtidos

De acordo com os resultados obtidos nos testes variando as velocidades, é possível notar que ao simular o modelo com 9GDL com as velocidades de 5 m/s e 10 m/s, o veículo apresenta um comportamento estável, onde ao chegar a 2,22 segundos o mesmo se estabiliza em sua condição de equilíbrio dinâmico. A variação do rolamento é senoidal, de acordo com o esterçamento de entrada, e aumenta ao simular com uma velocidade maior, o que é coerente pois o veículo desenvolve maiores acelerações laterais.

Entretanto, ao chegar à 15 m/s o protótipo MR15, apresenta um comportamento instável, uma vez que as acelerações laterais obtidas pelo veículo são maiores do que a aceleração máxima contra tombamento, fazendo com que o modelo já não possa ser usado neste caso.

## Capítulo 8 – Conclusão

Com base nos estudos realizados no decorrer do projeto pode-se observar que o veículo MR15 tem uma resposta sobre-esterçante. Conclui-se também que o modelo de 9 graus de liberdade apresenta resultados coerentes, contudo ao atingir acelerações laterais maiores do que a aceleração máxima de tombamento, o modelo não pode ser mais utilizado. Pela pista ser plana, tanto o deslocamento da massa suspensa quanto a variação do ângulo  $\theta$  se estabilizam na sua posição estática após 2,22 segundos.

Finalizando, a utilização de um modelo analítico, apesar de algumas limitações, é de grande importância, pois o mesmo auxilia no entendimento dos parâmetros influenciadores na dinâmica lateral automotiva decisivos no processo de design de veículos como os do Mini Baja, aqui simulados.

### 8.1 – Sugestões

Como sugestões de futuros projetos, um maior estudo das propriedades dos pneus poderia ser feito. Muitos dos dados usados em relação as propriedades pneumáticas são bastante simplificadas podendo facilmente apresentar resultados fora da realidade. Modelos mais refinados como a Fórmula Mágica, amplamente utilizada na atualidade poderia ser utilizada. Efeitos da aceleração longitudinal e da frenagem durante na dinâmica lateral também poderia resultar em um maior entendimento do comportamento veicular durante manobras de curva. O estudo do mecanismo de suspensão poderia enriquecer o modelo apresentado, tendo em vista que variações de cambagem também podem alterar o comportamento, não só na dinâmica lateral, mas também na dinâmica longitudinal. A aplicação do conceito de centro de rolagem, que não foi utilizado no projeto uma vez que não foi aplicado nenhum tipo de suspensão. O design de diferentes suspensões pode ser feito, já que os esforços em todos os pneus são obtidos durante o projeto. Há também a possibilidade de fazer um estudo contrário onde é estipulado uma velocidade máxima e as dimensões do veículo são calculadas.

## Referências

- [1] J. C. Dixon, *Tires, Suspension and Handling Second Edition*, Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, Inc., 1996.
- [2] R. N. Jazar, *Vehicle Dynamics: Theory and Applications*, Riverdale, NY: Springer, 2008.
- [3] T. D. Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc, 1992.
- [4] *Vehicle Dynamics Terminology*, Warrendale, PA: Society of Autootive Engineers.
- [5] 8. ISO, *Road vehicles - Vehicle dynamics and road-holding ability - Vocabulary*, Geneva: ISO, 2011.
- [6] R. Hibbeler, *Engineering Mechanics: Dynamics 10th ed*, Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall, 2004.
- [7] R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*, Minneapolis: Springer, 2006.
- [8] S. S. RAO, *Mechanical Vibrations 4th ed.*, Pearson Prentica Hall: Pearson Education, Inc., 2004.
- [9] R. R. d. S. e. S. J. R. F. William Frossard, "Análise de Transmissibilidade em Suspensão Off-Road," CEFET-RJ, Rio de Janeiro, 2012.
- [10] "SAE BRASIL," A Instituição, [Online]. Available: <http://portal.saebrasil.org.br/>. [Acesso em 30 Novembro 2015].
- [11] D. B. d. M. C. Branco, "Análise de desempenho da suspensão e conforto de um veículo fora de estrada do tipo baja SAE," CEFET-RJ, Rio de Janeiro, 2014.
- [12] D. R. Pereira, "Avaliação da Dinâmica Lateral de veículos comerciais equipados com multieixos esterçantes," Centro Universitário da FEI, São Bernardo do campo, 2010.
- [13] M. E. Bernd HeiBing, *Chassis Handbook*, Berlin: Springer, 2011.
- [14] D. H. Z. Carrera, "Determinação da Trajetória de Veículos Terrestres a Alta Velocidade em Pistas Pré-Definidas Através de Técnicas de Otimização," PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2006.

## ANEXO A: Algoritmo Dinâmica Lateral em Regime Permanente

```

%Regime Permanente - Sem suspensão
clc
clear
%% Dados
g = 9.81; % Aceleração da gravidade (m/s^2)

%Propriedades Dimensionais
M = 299.2; % Massa do carro (Kg)
a = 0.717; % Distância entre o eixo dianteiro e o CG (m)
L = 1.283; % Distância entre eixos.
b = L - a; % Distância entre o CG e o eixo traseiro (m)

%Propriedades do Pneu
CSd = 11.62; % Cornering Coefficient (/rad)
CSt = 10.02; % Cornering Coefficient (/rad)

%Propriedades da Pista
R = 8; %Raio de Curvatura (m)

%% Cálculos
Cad = CSd*(g*a*M/L); % Rigidez a Curvatura Rodas Dianteiras
Cat = CSt*(g*b*M/L); % Rigidez a Curvatura Rodas Traseiras
DelK = L/R; %Ângulo Cinemático de Esterção
kTU = M/(2*L)*((b/Cad) - (a/Cat));
kU = kTU; %Gradiente de subesterçamento (Understeer Gradient)

for i=1:7
    if i==1
        V(i)=0; %Velocidade (m/s)
        DelU(i) = kU*V(i)^2/R; %Ângulo Dinâmico de EsterçãoDel = DelK +
DelU
        DelK(i) = L/R;
        Del(i) = DelK(i)+DelU(i);

    else
        V(i)=i*3;
        DelU(i) = kU*V(i)^2/R;
        DelK(i) = L/R;
        Del(i) = DelK(i)+DelU(i);

    end
end

if kU>0
    Vcar = sqrt(L/kU); % Velocidade Característica (m/s)
    plot(V,Del,V,DelK), title('Regime Linear Simples - Sem Suspensão')
    xlabel('V - Velocidade')
    ylabel('\delta - Ângulo de Esterçamento (rad)')
    legend(['V_c_a_r = ',num2str(Vcar),'m/s'], ['\delta_K = Ângulo de
Ackerman'])
elseif kU<0
    Vcr = sqrt(-L/kU); %Velocidade Crítica (m/s)

```

```
plot(V,Del,'--b', V,DelK, '-r'), title('Regime Permanente - Sem  
Suspensão')  
xlabel('V - Velocidade (m/s)')  
ylabel('\delta - Ângulo de Esterçamento (rad)')  
legend(['V_c_r_i_t = ',num2str(Vcr),'m/s'], ['\delta_K = Ângulo de  
Ackerman'])
```

```
end
```

## ANEXO B: Algoritmo Dinâmica Lateral 2GDL em Regime Transiente

```

clc
clear
close all

%% Dados
global M a b Iz L V Cad Cat C0 C1 C2 delta
g = 9.81; % Aceleração da gravidade (m/s^2)

%Propriedades Dimensionais
M = 299.2; % Massa do carro (Kg)
a = 0.717; % Distância entre o eixo dianteiro e o
CG (m)
L = 1.283; % Distância entre eixos (m)
Iz = 58.14; % Momento de Inercia em Z (kg.m^2)

b = L - a; % Distância entre o CG e o eixo
traseiro (m)

%Propriedades do Pneu
CSd = 11.76; % Cornering Coefficient (/rad)
CSt = 10.02; % Cornering Coefficient (/rad)

%% Cálculos
Cad = CSd*(M*g*(b/2*L)); % Rigidez a Curvatura
Cat = CSt*(M*g*(a/2*L)); % Rigidez a Curvatura

%% Outras propriedades
tspan = 0:0.01:3;
V = 5; % Velocidade (m/s)

%% Cálculo
C0 = 2*Cad + 2*Cat; % Zeroth moment of tire coefficient
C1 = 2*a*Cad - 2*b*Cat; % First moment of tire coefficient
C2 = 2*a^2*Cad + 2*b^2*Cat; % Second moment of tire coefficient

%% Condições Iniciais
s = [0; 0; 0; 0; 0; 0];
%s = [0; 1; 0; 1; 0; 0];
[t, s] = ode45('Suspless',tspan,s); %Função para chamar o Sistema de EDOs

%% Understeer/Oversteer
ku = M/(2*L)*(b/Cad - a/Cat);

%% Estabilidade
if C0*C2/V^2 - M*C1 - C1^2/V^2 > 0;
    disp('Sistema Estaticamente Estável')
else
    disp('Sistema Estaticamente Instável')
end

if M*C2/V - Iz*C0/V > 0

```

```

        disp('Sistema Dinamicamente Estável')
    else
        disp('Sistema Dinamicamente Instável')
    end

%% Ângulos de Deriva
alphad = delta - ((s(:,2)./V + (a.*s(:,4))./V));
alphanat = - ((s(:,2)./V + (b.*s(:,4))./V));

figure
plot(t,alphad, 'b', t,alphanat, '--r')
ylabel('Variação de \alpha_d e \alpha_t VS Tempo ')
xlabel('t - Tempo')

%% Fy

Fyd = - 2*Cad*alphad;
Fyt = - 2*Cat*alphanat;

figure
plot(t,Fyd, 'b', t,Fyt, '--r')
title('Variação Força Lateral')
legend('F_y_d', 'F_y_t')
ylabel('Variação de F_y_d e F_y_t VS Tempo ')
xlabel('t - Tempo')

%% Resultados

%Gráfico da resposta em y
figure
subplot 211
plot(t,s(:,1), 'b')
suptitle(['Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s', ' [ ',num2str(V*3.6), ' km/h ]'])
ylabel('y - Variação em y')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

%Gráfico da resposta em Psi
subplot 212
plot(t,s(:,3), '--r')
suptitle(['Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s', ' [ ',num2str(V*3.6), ' km/h ]'])
ylabel('\psi - Variacao Ângulo de Guinada')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

figure
plot(t,s(:,1), 'b', t,s(:,3), 'r')
ylabel('\psi Vs y')
xlabel('t - Tempo')

%Gráfico resposta da velocidade dy/dt
figure
subplot 211
plot(t,s(:,2), 'b')
suptitle(['Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s', ' [ ',num2str(V*3.6), ' km/h ]'])
ylabel('velocidade lateral ydot')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

```

```

%Gráfico da resposta em Psi
subplot 212
plot(t,s(:,4), '--r') %Resposta de Psi
ylabel('velocidade angular \psidot')
xlabel('t - Tempo')
%axis('square')

%Deslocamento Espacial
figure
plot(s(:,5), s(:,6))
title (['Deslocamento Espacial Modelo 2GL: V = ',num2str(V), ' m/s ', '
[ ',num2str(V*3.6), ' km/h ]'])
ylabel('Deslocamento em Y (m)')
xlabel('Deslocamento em X (m)')
axis('square')

```

### Função (Suspless) Usada para o Regime Transiente

```

function sp = Suspless(t, s)
global M a b Iz V Cad C0 C1 C2 delta

%inputs de esterçamento.
%delta = 0
delta = 0.2
%delta = 0.1*sin(1*t)

%Equações de movimento.
sp = zeros(6,1);
sp(1) = s(2); %Ydot
sp(2) = - ((C0)/(M*V))*s(2) - (- V - (C1)/(M*V))*s(4) + (2*Cad/M)*(delta);
sp(3) = s(4); %Psi (Yaw)
sp(4) = - ((C1)/(Iz*V))*s(2) - ((C2)/(Iz*V))*s(4) + (2*a*Cad/Iz)*(delta);
sp(5) = V*cos(s(3)) - s(2)*sin(s(3));
sp(6) = V*sin(s(3)) + s(2)*cos(s(3));
end

```

## ANEXO C: Algoritmo Dinâmica Vertical 7 GDL

```

%% Equação de Movimento

close all
clear
clc
global M Ix Iy Ms mdd mde mtd mte ldd lde lte ltd a b Cd Ct Kd Kt Cpd Cpt
Kpd Kpt g

%% Dados Globais
g = 9.81; %Constante Força da Gravidade
V = 10; %Velocidade do Veículo em m/s

%% Dados do veículo
Ms = 223.8; %Massa Suspensa
mdd = 17.70; %Massa Não-Suspensa Dianteira Lado
Direito
mde = 17.70; %Massa Não-Suspensa Dianteira Lado
Esquerdo
mtd = 20.00; %Massa Não-Suspensa Traseira Lado
Direito
mte = 20.00; %Massa Não-Suspensa Traseira Lado
Esquerdo
M = Ms + mdd + mde + mtd + mte; %Massa total do Veículo
Hcg = 0.54; %Altura do CG
a = 0.717; %Distância entre o CG e o eixo
dianteiro
L = 1.283; %Entre-Eixo
Td = 1.405; %Bitola Dianteira (m)
Tt = 1.285; %Bitola Traseira (m)
Ix = 89.60; %Momento de Inércia em X
Iy = 66.86; %Momento de Inercia em Y
Iz = 58.14; %Momento de Inércia em Z
ldd = Td/2; %Distância entre o CG e a Roda
dianteira direita
lde = Td/2; %Distância entre o CG e a Roda
dianteira esquerda
ltd = Tt/2; %Distância entre o CG e a Roda traseira
direita
lte = Tt/2; %Distância entre o CG e a Roda traseira
esquerda
b = L - a; %Distância entre o CG e o eixo traseiro

%% Propriedades Verticais

% Dados do Amortecedor-Mola
Cd = 300; %Constante de Amortecimento Dianteira
Ct = 300; %Constante de Amortecimento Traseira
Kd = 19380; %Constante Elástica Dianteira
Kt = 19380; %Constante Elástica Traseira

% Dados do Pneu
Cpt = 3290; %Constante de Amortecimento dos Pneus
Traseiros

```

```

Cpd = 3290; %Constante de Amortecimento dos Pneus
Dianteiros
Kpt = 69940; %Constante elástica dos Pneus Traseiros
Kpd = 69940; %Constante elástica dos Pneus
Dianteiros

%% Dinâmica Vertical

tspan = [0 5]; %Vetor tempo em que a análise será
feita
h0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
[t, h] = ode45('EqMov7DOF', tspan, h0)

%% Gráficos Resposta

%Resposta Dinâmica Vertical
figure
plot(t, h(:,1)) %Resposta de z
title('Deslocamento Massa Suspensa x Tempo')
ylabel('Z - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')

figure
plot(t, h(:,3)) %Resposta de theta
title('Variação de \theta em relação ao tempo')
ylabel('\theta - Arfagem (rad)')
xlabel('t - Tempo(s)')

figure
plot(t, h(:,5)) %Resposta de Phi
title('Variação de \phi em relação ao tempo')
ylabel('\phi - Rolamento (rad)')
xlabel('t - Tempo(s)')

figure
subplot 222
plot(t, h(:,7), 'LineStyle', ':', 'color', 'c', 'LineWidth', 2.5)
%Resposta de zdd
ylabel('Z_d_d - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_d_d')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 221
plot(t, h(:,9), 'LineStyle', '-.', 'color', 'r') %Resposta de
zde
ylabel('Z_d_e - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_d_e')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 224
plot(t, h(:,11), 'LineStyle', '-.', 'color', 'g') %Resposta de
ztd
ylabel('Z_t_d - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_t_d')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

```

```

subplot 223
plot(t,h(:, 13), 'LineStyle','--', 'color','m', 'LineWidth',1.5)
%Resposta de zte
ylabel('Z_t_e - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_t_e')
%axis([0,10,-0.02,0.005])
suptitle('Deslocamento Massas Não-Suspensas x Tempo')

figure
plot(t, h(:,7), 'LineStyle',':', 'color','c', 'LineWidth',2.5)
line(t, h(:,9), 'LineStyle','-.', 'color','r')
line(t, h(:,11), 'LineStyle','- ', 'color','g')
line(t, h(:,13), 'LineStyle','--', 'color','m', 'LineWidth',2.5)
title('Massas Não-Suspensas x Tempo')
ylabel('Z - Deslocamento(m)')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_d_d', 'Z_d_e', 'Z_t_d', 'Z_t_e')

%% Forças em cada Pneu
Fvdd = Kd*h(:,7) + Cd*h(:,8);           %Força Vertical na roda dianteira
direita
Fvde = Kd*h(:,9) + Cd*h(:,10);         %Força Vertical na roda dianteira
esquerda
Fvtd = Kt*h(:,11) + Cd*h(:,12);        %Força Vertical na roda traseira
direita
Fvte = Kt*h(:,13) + Cd*h(:,14);        %Força Vertical na roda traseira
esquerda

figure
plot(t, Fvdd, 'LineStyle',':', 'color','c', 'LineWidth',2.5)
line(t, Fvde, 'LineStyle','-.', 'color','r')
line(t, Fvtd, 'LineStyle','- ', 'color','g')
line(t, Fvte, 'LineStyle','--', 'color','m', 'LineWidth',2.5)
title('Reações Verticais dos Pneus')
ylabel('Reações dos Pneus')
xlabel('t - Tempo(s)')
legend('Z_d_d', 'Z_d_e', 'Z_t_d', 'Z_t_e')

```

### Função (EqMov7DOF) Usada para a análise de 7GDL

```

function hp = EqMov7DOF(t, h)
%Função que representa as equações de movimento para serem usadas na ODE45
%da análise vertical de 7 graus de liberdade do automóvel.
global M Ix Iy Ms mdd mde mtd mte ldd lde lte ltd a b Cd Ct Kd Kt Cpd Cpt
Kpd Kpt g
hp= zeros(14,1);

%Equações de Movimento Modelo 7GDL
hp(1) = h(2);
hp(2) = 1/Ms*( (- Cd - Cd - Ct - Ct)*h(2) + (Cd*a + Cd*a - Ct*b -
Ct*b)*h(4) + (- Cd*ldd +Cd*lde - Ct*ltd + Ct*lte)*h(6) + Cd*h(8) + Cd*h(10)
+ Ct*h(12) + Ct*h(14) + (- Kd - Kd - Kt - Kt)*h(1) + (Kd*a + Kd*a - Kt*b -
Kt*b)*h(3) + (- Kd*ldd + Kd*lde - Kt*ltd + Kt*lte)*h(5) + Kd*h(7) + Kd*h(9)
+ Kt*h(11) + Kt*h(13) - M*g);

```

```

hp(3) = h(4);
hp(4) = 1/Iy*( (+ Cd*a + Cd*a - Ct*b - Ct*b)*h(2) + (- Cd*a^2 - Cd*a^2 -
Ct*b^2 - Ct*b^2)*h(4) + (Cd*a*ldd - Cd*a*lde - Ct*b*ltd + Ct*b*lte)*h(6) -
Cd*a*h(8) - Cd*a*h(10) + Ct*b*h(12) + Ct*b*h(14) + (+ Kd*a + Kd*a - Kt*b -
Kt*b)*h(1) + (- Kd*a^2 - Kd*a^2 - Kt*b^2 - Kt*b^2)*h(3) + (+ Kd*a*ldd -
Kd*a*lde - Kt*b*ltd + Kt*b*lte)*h(5) - Kd*a*h(7) - Kd*a*h(9) + Kt*b*h(11) +
Kt*b*h(13));
hp(5) = h(6);
hp(6) = 1/Ix*( (- Cd*ldd + Cd*lde - Ct*ltd + Ct*lte)*h(2) + (+ Cd*ldd*a -
Cd*lde*a - Ct*ltd*b + Ct*lte*b)*h(4) + (- Cd*ldd^2 - Cd*lde^2 - Ct*ltd^2 -
Ct*lte^2)*h(6) + Cd*ldd*h(8) - Cd*lde*h(10) + Ct*ltd*h(12) - Ct*lte*h(14)
+(- Kd*ldd + Kd*lde - Kt*ltd + Kt*lte)*h(1) + (+ Kd*ldd*a - Kd*lde*a -
Kt*ltd*b + Kt*lte*b)*h(3) + (- Kd*ldd^2 - Kd*lde^2 - Kt*ltd^2 -
Kt*lte^2)*h(5) + Kd*ldd*h(7) - Kd*lde*h(9) + Kt*ltd*h(11) - Kt*lte*h(13));
hp(7) = h(8);
hp(8) = 1/mdd*(+ Cd*h(2) - Cd*a*h(4) + Cd*ldd*h(6) + (- Cd - Cpd)*h(8) +
Kd*h(1) - Kd*a*h(3) + Kd*ldd*h(5) + (- Kd - Kpd)*h(7) + mdd*g);
hp(9) = h(10);
hp(10) = 1/mde*(+ Cd*h(2) - Cd*a*h(4) - Cd*lde*h(6) + (- Cd - Cpd)*h(10) +
Kd*h(1) - Kd*a*h(3) - Kd*lde*h(5) + (- Kd - Kpd)*h(9) + mde*g);
hp(11) = h(12);
hp(12) = 1/mtd*(Ct*h(2) + Ct*b*h(4) + Ct*ltd*h(6) + (- Ct - Cpt)*h(12) +
Kt*h(1) + Kt*b*h(3) + Kt*ltd*h(5) + (- Kt - Kpt)*h(11) + mtd*g);
hp(13) = h(14);
hp(14) = 1/mte*(+ Ct*h(2) + Ct*b*h(4) - Ct*lte*h(6) + (- Ct - Cpt)*h(14) +
Kt*h(1) + Kt*b*h(3) - Kt*lte*h(5) + (- Kt - Kpt)*h(13) + mte*g);
end

```

## ANEXO D: Algoritmo Dinâmica Lateral 9 GDL

```

%% Equação de Movimento

close all
clear
clc
global M Iy Iz Ms mdd mde mtd mte T ldd lde ltd lte a b L Cd Ct Kd Kt
Csd Cst Cpd Cpt Kpd Kpt g V Hcg delta Fvdd Fvde Fvtd Fvte

%% Dados Globais
g = 9.81; %Aceleração da Gravidade (m/s^2)
V = 15; %Velocidade do Veículo (m/s)

%% Dados do veículo

Ms = 223.8; %Massa Suspensa
mdd = 17.70; %Massa Não-Suspensa Dianteira Lado
Direito
mde = 17.70; %Massa Não-Suspensa Dianteira Lado
Esquerdo
mtd = 20.00; %Massa Não-Suspensa Traseira Lado
Direito
mte = 20.00; %Massa Não-Suspensa Traseira Lado
Esquerdo
M = Ms + mdd + mde + mtd + mte; %Massa total do Veículo
Hcg = 0.54; %Altura do CG
a = 0.717; %Distância entre o CG e o eixo
dianteiro
L = 1.283; %Entre-Eixo
Td = 1.405; %Bitola Dianteira (m)
Tt = 1.285; %Bitola Traseira (m)
T = min(Td,Tt); %Bitola Mínima
Ix = 89.60; %Momento de Inércia em X
Iy = 66.86; %Momento de Inercia em Y
Iz = 58.14; %Momento de Inércia em Z
ldd = Td/2; %Distância entre o CG e a Roda
dianteira direita
lde = Td/2; %Distância entre o CG e a Roda
dianteira esquerda
ltd = Tt/2; %Distância entre o CG e a Roda traseira
direita
lte = Tt/2; %Distância entre o CG e a Roda traseira
esquerda
b = L - a; %Distância entre o CG e o eixo traseiro

T = min(Td,Tt);

%% Propriedades Verticais

% Dados do Amortecedor-Mola
Cd = 300; %Constante de Amortecimento Dianteira
Ct = 300; %Constante de Amortecimento Traseira
Kd = 19380; %Constante Elástica Dianteira
Kt = 19380; %Constante Elástica Traseira

% Dados do Pneu

```

```

Cpt = 3290; %Constante de Amortecimento dos Pneus
Traseiros
Cpd = 3290; %Constante de Amortecimento dos Pneus
Dianteiros
Kpt = 69940; %Constante elástica dos Pneus Traseiros
Kpd = 69940; %Constante elástica dos Pneus
Dianteiros

%% Propriedades de Curvatura

%Propriedades do pneu
CSd = 11.76; %Rigidez a Curvatura na dianteira
CSt = 10.02; %Rigidez a Curvatura na traseira

%% Tempos
%Vetor Tempo
tspan = 0:0.02:5; % Tempo total da trajetória de ida e volta

%% Dinâmica Vertical

%Condições Iniciais
h0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
%h0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];

%Resposta do Sistema
[t,h] = ode45('EqMov9DOF', tspan, h0);

%% Tombamento
amax = (g*T)/(2*Hcg);
amaxvec = (g*T)/(2*Hcg)*ones(length(t));

ay = - (h(:,16) + V*h(:,18));

%% Forças em cada Pneu
Fvdd = Kd*h(:,7) + Cd*h(:,8); %Força Vertical na roda dianteira
direita
Fvde = Kd*h(:,9) + Cd*h(:,10); %Força Vertical na roda dianteira
esquerda
Fvtd = Kt*h(:,11) + Cd*h(:,12); %Força Vertical na roda traseira
direita
Fvte = Kt*h(:,13) + Cd*h(:,14); %Força Vertical na roda traseira
esquerda

plot(t, Fvdd, 'LineStyle',':', 'color','c', 'LineWidth',1.5)
line(t, Fvde, 'LineStyle','-.', 'color','r')
line(t, Fvtd, 'LineStyle','- ', 'color','g')
line(t, Fvte, 'LineStyle','--', 'color','m', 'LineWidth',1.2)
title('Reações Verticais dos Pneus')
ylabel('Reações dos Pneus')
xlabel('t - Tempo (s)')
legend('Z_d_d', 'Z_d_e', 'Z_t_d', 'Z_t_e')

%% Gráficos Resposta

%Resposta Dinâmica Vertical
figure
plot(t, h(:,1)) %Resposta de z
title('Deslocamento Massa Suspensa x Tempo')

```

```

ylabel('Z - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')

figure
plot(t, h(:,3)) %Resposta de theta
title('Variação de \theta em relação ao tempo')
ylabel('\theta - Arfagem (rad)')
xlabel('t - Tempo (s)')

figure
plot(t, h(:,5)) %Resposta de Phi
title('Variação de \phi em relação ao tempo')
ylabel('\phi - Rolamento (rad)')
xlabel('t - Tempo (s)')

figure
subplot 222
plot(t, h(:,7), 'LineStyle',':', 'color','c', 'LineWidth',1.5)
%Resposta de zdd
ylabel('Z_d_d - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 221
plot(t, h(:,9), 'LineStyle','-.', 'color','r') %Resposta de
zde
ylabel('Z_d_e - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 224
plot(t,h(:,11), 'LineStyle','- ', 'color','g') %Resposta de ztd
ylabel('Z_t_d - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
%axis([0,10,-0.02,0.005])

subplot 223
plot(t,h(:, 13), 'LineStyle','--', 'color','m', 'LineWidth',1.2)
%Resposta de zte
ylabel('Z_t_e - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
%axis([0,10,-0.02,0.005])
suptitle('Deslocamento Massas Não-Suspensas x Tempo')

figure
plot(t, h(:,7), 'LineStyle',':', 'color','c', 'LineWidth',1.5)
line(t, h(:,9), 'LineStyle','-.', 'color','r')
line(t, h(:,11), 'LineStyle','- ', 'color','g')
line(t, h(:,13), 'LineStyle','--', 'color','m', 'LineWidth',1.2)
title('Deslocamento todas Massas Não-Suspensas x Tempo')
ylabel('Z - Deslocamento (m)')
xlabel('t - Tempo (s)')
legend('Z_d_d', 'Z_d_e', 'Z_t_d', 'Z_t_e')

%Resposta Dinâmica Lateral
figure
subplot 211

```

```

plot(t,h(:,15)) %Resposta de y
ylabel('y - Variação em y')
xlabel('t - Tempo')

subplot 212
plot(t,h(:,17), 'r') %Resposta de Psi
ylabel('\psi - Variacao do Ângulo de Guinada')
xlabel('t - Tempo')
suptitle('Resposta Lateral - y e \psi')

%Movimento do CG
figure
subplot (2,2,[1,3])
plot(h(:,19), h(:,20))
title ('Deslocamento do Centro de Massa')
ylabel('Deslocamento em Y (m)')
xlabel('Deslocamento em X (m)')
axis('square')

subplot (2,2,2)
plot(t, h(:,5)) %Resposta de Phi
title('Variação de \phi em relação ao tempo')
ylabel('\phi - Rolamento (rad)')
xlabel('t - Tempo (s)')

subplot (2,2,4);
plot(t, ay, 'LineStyle','-', 'color','b');
line(t, amaxvec, 'LineStyle','-.', 'color','r')
line(t, -amaxvec, 'LineStyle','-.', 'color','r')
title('Condição de Tombamento');
ylabel('A_Y - Aceleração Lateral');
xlabel('t - Tempo (s)');
suptitle(['Deslocamento Espacial Modelo 9GL - V = ', num2str(V), ' m/s']);

```

### Função (EqMov9DOF) Usada para o Regime Transiente de 9GDL

```

function hp = EqMov9DOF(t, h)
%Função que representa as equações de movimento para serem usadas na ODE45
%da análise lateral com 9 graus de liberdade do automóvel.
global M Iy Iz Ms mdd mde mtd mte T ldd lde ltd lte a b Cd Ct Kd Kt CSd
CSt Cpd Cpt Kpd Kpt g V Hcg delta
hp = zeros(20,1);

%%Input de Esterçamento
delta = 0.1*sin(t);
%delta = 0.1

%Forças em cada Pneu
Fvdd = Kd*h(7) + Cd*h(8); %Força Vertical na roda dianteira direita
Fvde = Kd*h(9) + Cd*h(10); %Força Vertical na roda dianteira esquerda
Fvtd = Kt*h(11) + Cd*h(12); %Força Vertical na roda traseira direita
Fvte = Kt*h(13) + Cd*h(14); %Força Vertical na roda traseira esquerda

%Cálculo do Cornering Stiffness
Cad = (abs(Fvdd + Fvde)/2)*CSd; %Rigidez a Curvatura na Dianteira
Cat = (abs(Fvtd + Fvte)/2)*CSt; %Rididez a Curvatura na Traseira

```

## %Equações de Movimento Modelo 9GDL

```

hp(1) = h(2);           % Eixo Z
hp(2) = 1/Ms*( (- Cd - Cd - Ct - Ct)*h(2) + (Cd*a + Cd*a - Ct*b -
Ct*b)*h(4) + (- Cd*ldd +Cd*lde - Ct*ltd + Ct*lte)*h(6) + Cd*h(8) + Cd*h(10)
+ Ct*h(12) + Ct*h(14) + (- Kd - Kd - Kt - Kt)*h(1) + (Kd*a + Kd*a - Kt*b -
Kt*b)*h(3) + (- Kd*ldd + Kd*lde - Kt*ltd + Kt*lte)*h(5) + Kd*h(7) + Kd*h(9)
+ Kt*h(11) + Kt*h(13) - M*g);
hp(3) = h(4);           %Theta
hp(4) = 1/Iy*( (+ Cd*a + Cd*a - Ct*b - Ct*b)*h(2) + (- Cd*a^2 - Cd*a^2 -
Ct*b^2 - Ct*b^2)*h(4) + (Cd*a*ldd - Cd*a*lde - Ct*b*ltd + Ct*b*lte)*h(6) -
Cd*a*h(8) - Cd*a*h(10) + Ct*b*h(12) + Ct*b*h(14) + (+ Kd*a + Kd*a - Kt*b -
Kt*b)*h(1) + (- Kd*a^2 - Kd*a^2 - Kt*b^2 - Kt*b^2)*h(3) + (+ Kd*a*ldd -
Kd*a*lde - Kt*b*ltd + Kt*b*lte)*h(5) - Kd*a*h(7) - Kd*a*h(9) + Kt*b*h(11) +
Kt*b*h(13)); % (V/h(18))
hp(5) = h(6);           %Phi
hp(6) = 1/Ix.*( (- Cd*ldd + Cd*lde - Ct*ltd + Ct*lte).*h(2) + (+ Cd*ldd*a -
Cd*lde*a - Ct*ltd*b + Ct*lte*b).*h(4) + ( - Cd*ldd^2 - Cd*lde^2 - Ct*ltd^2
- Ct*lte^2).*h(6) + Cd*ldd.*h(8) - Cd*lde.*h(10) + Ct*ltd.*h(12) -
Ct*lte.*h(14) +(- Kd*ldd + Kd*lde - Kt*ltd + Kt*lte).*h(1) + (+ Kd*ldd*a -
Kd*lde*a - Kt*ltd*b + Kt*lte*b).*h(3) + (- Kd*ldd^2 - Kd*lde^2 - Kt*ltd^2 -
Kt*lte^2).*h(5) + Kd*ldd.*h(7) - Kd*lde.*h(9) + Kt*ltd.*h(11) -
Kt*lte.*h(13) - (M.*V^2./(V/h(18)).*(Hcg - h(1))) - M.*g.*(Hcg -
h(1)).*h(5));
hp(7) = h(8);           %zdd
hp(8) = 1/mdd*(+ Cd*h(2) - Cd*a*h(4) + Cd*ldd*h(6) + (- Cd - Cpd)*h(8) +
Kd*h(1) - Kd*a*h(3) + Kd*ldd*h(5) + (- Kd - Kpd)*h(7) + mdd*g);
hp(9) = h(10);          %zde
hp(10) = 1/mde*(+ Cd*h(2) - Cd*a*h(4) - Cd*lde*h(6) + (- Cd - Cpd)*h(10) +
Kd*h(1) - Kd*a*h(3) - Kd*lde*h(5) + (- Kd - Kpd)*h(9) + mde*g);
hp(11) = h(12);         %ztd
hp(12) = 1/mtd*(Ct*h(2) + Ct*b*h(4) + Ct*ltd*h(6) + (- Ct - Cpt)*h(12) +
Kt*h(1) + Kt*b*h(3) + Kt*ltd*h(5) + (- Kt - Kpt)*h(11) + mtd*g);
hp(13) = h(14);         %zte
hp(14) = 1/mte*(+ Ct*h(2) + Ct*b*h(4) - Ct*lte*h(6) + (- Ct - Cpt)*h(14) +
Kt*h(1) + Kt*b*h(3) - Kt*lte*h(5) + (- Kt - Kpt)*h(13) + mte*g);
hp(15) = h(16);         %Ydot
hp(16) = - ((2*Cad + 2*Cat)/(M*V))*h(16) - ( - V - (2*a*Cad -
2*b*Cat)/(M*V))*h(18) + (2*Cad/M)*(delta);
hp(17) = h(18);         %Psi (Yaw)
hp(18) = - ((2*a*Cad - 2*b*Cat)/(Iz*V))*h(16) - ((2*a^2*Cad +
2*b^2*Cat)/(Iz*V))*h(18) + (2*a*Cad/Iz)*(delta);
hp(19) = V*cos(h(17)) - h(16)*sin(h(17));
hp(20) = V*sin(h(17)) + h(16)*cos(h(17));
end

```